Гой Т.П., Копач М.І., Федак І.В.

НАБЛИЖЕНІ МЕТОДИ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів напрямів підготовки “математика” та “прикладна математика” вищих навчальних закладів

(лист № 1/11-10274 від 14. 12. 2009 р.).

Івано-Франківськ

2010

УДК 519.62: 519.63
ББК 22.193.2
Г 55

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів напрямів підготовки “математика” та “прикладна математика” вищих навчальних закладів

(лист № 1/11-10274 від 14. 12. 2009 р.).

Рецензенти:

Каленюк П.І., доктор фізико-математичних наук, професор (Національний університет «Львівська політехніка»).

Черевко І.М., доктор фізико-математичних наук, професор (Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича),

Боднар Д.І., доктор фізико-математичних наук, професор (Тернопільський національний економічний університет),

Г55 Гой Т.П., Копач М.І., Федак І.В. Наближені методи розв’язування диференціальних рівнянь. Навчальний посібник для студентів напрямів підготовки “математика” та “прикладна математика” . – Івано-Франківськ: Видавничо-дизайнерський відділ Центру інформаційних технологій Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, 2010. – 152 с.

У посібнику розглядаються основні методи наближеного розв’язування задачі Коші та крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь та їх систем, числові та варіаційні методи розв’язування крайових задач для рівнянь з частинними похідними другого порядку.

Наведені приклади розв’язування конкретних задач кожним із пропонованих методів. Пропонуються також задачі для самостійного розв’язування, які можуть бути використані при проведенні практичних занять.

Для студентів напрямів підготовки “математика” та “прикладна математика” вищих навчальних закладів III-IV рівнів акредитації.

ISBN 978-966-640-289-2

ЗМІСТ

ВСТУП

Читач, який вже знайомий з теорією звичайних диференціальних рівнянь, знає, що навіть рівняння першого порядку, інтегровані у квадратурах (а в елементарних функціях і поготів), складають лише незначну частину всіх звичайних диференціальних рівнянь. Для більшості ж диференціальних рівнянь відшукати розв'язок, який задовольняє задані умови (наприклад, початкові або крайові), за допомогою скінченної кількості математичних операцій неможливо.

Тому природно виникла потреба у створенні методів наближеного розв'язування диференціальних рівнянь. Методи побудови наближених розв'язків диференціальних рівнянь з наперед заданою точністю називають ***наближеними методами*** інтегрування рівнянь. Ці методи залежно від форми представлення розв'язку умовно можна розділити на три групи:

1) аналітичні; 2) графічні; 3) числові.

Аналітичні методи наближеного інтегрування диференціальних рівнянь дають можливість представити наближені розв'язки рівнянь із заданою точністю у вигляді аналітичних виразів, тобто формул, придатних для обчислення значень цих розв'язків в області зміни аргументу.

Окремий клас серед аналітичних методів утворюють ***асимптотичні методи***, де точність отриманого розв'язку зростає із зменшенням проміжку інтегрування чи проміжку зміни деяких параметрів, або ж, навпаки, наближений розв'язок тим точніший, чим більших значень набуває аргумент або деякі інші параметри. Прикладом асимптотичного методу інтегрування задачі Коші для звичайного диференціального рівняння першого порядку, розв'язаного відносно похідної, є відомий з курсу диференціальних рівнянь метод послідовних наближень (див., наприклад, [16], § 1.2).

Графічні методи дають наближене представлення шуканого розв'язку на деякому проміжку у вигляді графіка, який можна побудувати за певними правилами, пов'язаними з геометричним тлумаченням умов задачі. Відзначимо, що для певних класів диференціальних рівнянь в основу графічних методів наближеного розв'язку можна покласти фізичне або, якщо точніше, електротехнічне тлумачення заданих умов. Реалізовуючи на технічному рівні задані електричні процеси, на екрані осцилографа можна спостерігати поведінку розв'язків рівнянь, що описують ці процеси.

І нарешті, найбільш важливими у наш, характерний бурхливим розвитком і проникненням в усі сфери людської діяльності обчислювальної техніки, час, є ***числові методи*** розв'язування диференціальних рівнянь. У цьому посібнику розглядатимемо лише ті числові методи, які передбачають отримання числової таблиці наближених значень шуканого розв'язку для певних дискретних значень аргумента, тобто заміну неперервної області зміни аргумента функції дискретною множиною точок (сіткою) та апроксимацію (наближення) диференціального оператора різницевим оператором, визначеним на цій сітці. Такі методи називають ще ***різницевими***.

Окрім того, у посібнику розглядаються наближені методи розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, а також для рівнянь з частинними похідними другого порядку. Постановки таких крайових задач та умови існування їх розв'язків розглядаються у другому та третьому розділах посібника.

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЗЧИК

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков – М.: Наука, 1987. – 600 с.
2. Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения / В.М. Вержбицкий. – М.: Высш. шк., 2001. – 382 с.
3. Гой Т.П. Звичайні диференціальні рівняння. Частина 1. Диференціальні рівняння першого порядку, які інтегруються у квадратурах / Т.П. Гой, А.І. Казмерчук, І.В. Федак. – Івано-Франківськ: Вид-во «ЛІК», 2005. – 120 с.
4. Демидович Б.П. Численные методы анализа / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.Э. Шувалова. – М.: Наука, 1967. – 368 с.
5. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. – М.: Наука, 1976. – 576 с.
6. Коллатц Л. Численные методы решения дифференциальных уравнений / Л. Коллатц. – М.: ИЛ, 1953. – 490 с.
7. Лихтарников Л.М. Элементарное введение в функциональные уравнения / Л.М. Лихтарников. – СПб.: Лань, 1997. – 160 с.
8. Ляшко І.І. Диференціальні рівняння / І.І. Ляшко, О.К. Боярчук, Я.Г. Гай, О.Ф. Калайда. – К.: Вища школа, 1981. – 504 с.
9. Лященко М.Я. Чисельні методи / М.Я. Лященко, М.С. Голована. – К.: Либідь, 1996. – 288 с.
10. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений / И.Г. Петровский. – М.: Наука, 1964. – 272 с.
11. Математический практикум / Г.Н. Положий, Н.А. Пахарева, И.З. Степаненко и др.; под. ред. Г.Н. Положиго. – М.: Физматгиз, 1960. – 512 с.

12. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений / В.В. Степанов. – М.: Физматгиз, 1959. – 468 с.
13. Тихонов А.Н. Дифференциальные уравнения / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. – М.: Наука, 1985. – 230 с.
14. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
15. Федак І.В. Про одне застосування різницевої схеми Рунге-Кутта до наближеного обчислення інтегралів / І.В. Федак // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". Серія "Прикладна математика". – 2000. – № 411. – С. 326–328.
16. Шкіль М.І. Диференціальні рівняння / М.І. Шкіль, В.М. Лейфура, П.Ф. Самусенко. – К.: Техніка, 2003. – 368 с.
17. Двосторонні наближені методи / Шувар Б.А., Копач М.І., Ментинський С.М., Обшта А.Ф. – Івано-Франківськ: ВДВ ЦІТ Прикарпатського нац. ун-ту ім. Василя Стефаника, 2007. – 516 с.