МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДВНЗ «ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНИКА»

Факультет/інститут **математики та інформатики**

Кафедра математичного і функціонального аналізу

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Аксіоматична теорія множин

Освітня програма Математика

Спеціальність 111 Математика

Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № 1 від “27” серпня 2020 р.

м. Івано-Франківськ - 2020

ЗМІСТ

<table>
<tr><th colspan="2">1. Загальна інформація</th></tr>
<tr><td>Назва дисципліни</td><td>Аксіоматична теорія множин</td></tr>
<tr><td>Рівень вищої освіти</td><td>Третій (доктор філософії) рівень вищої освіти</td></tr>
<tr><td>Викладач (-і)</td><td>док.фіз.-мат.н., проф. Попов М.М.</td></tr>
<tr><td>Контактний телефон викладача</td><td>+38(095)7495919</td></tr>
<tr><td>E-mail викладача</td><td>misham.popov@gmail.com</td></tr>
<tr><td>Формат дисципліни</td><td>Очний</td></tr>
<tr><td>Обсяг дисципліни</td><td>3 кредити ECTS</td></tr>
<tr><td>Посилання на сайт дистанційного навчання</td><td>https://d-learn.pnu.edu.ua</td></tr>
<tr><td>Консультації</td><td>Очні консультації: згідно розкладу консультацій</td></tr>
<tr><th colspan="2">2. Анотація до курсу</th></tr>
<tr><td colspan="2">Дана математична дисципліна відображає один з актуальних напрямів теорії просторів Рісса, яка активно розвивається в межах сучасного функціонального аналізу. Особливий інтерес до ортогонально адитивних операторів обумовлюється загальною тенденцією сучасної математики до нелінійних задач, з одного боку, та природними прикладами ортогонально адитивних нелінійних інтегральних операторів Урисона, з іншого боку.</td></tr>
<tr><th colspan="2">3. Мета та цілі курсу</th></tr>
<tr><td colspan="2">Мета навчальної дисципліни полягає в оволодінні майбутніми спеціалістами аксіоматичним підходом до поняття множини в математиці. Усвідомлення того, що вся математика може бути побудованою, виходячи з порожньої множини за допомогою чітких правил побудови нових множин, є просуванням на новий рівень знань і відкриває молодому математику шлях до нових потужних методів дослідження.
Завдання навчальної дисципліни: засвоєння аспірантами аксіоматичної системи аксіом Цермело-Френкеля, теорії ординалів, кардиналів і початок теорії моделей.
У результаті вивчення навчальної дисципліни аспірант повинен:
знати:
- логічні аксіоми теорії множин та аксіоми Цермело-Френкеля;
- ординали, кардинали, регулярні множини;
- транзитивні моделі та абсолютні формули;
вміти:
- доводити прості твердження про ординали;
- будувати приклади моделей окремих аксіом;
- доводити абсолютність простих формул.</td></tr>
<tr><th colspan="2">4. Компетентності</th></tr>
<tr><td colspan="2">Загальні компетентності (ЗК):
ЗК-1. Здатність виявляти та вирішувати проблеми, генерувати нові наукові ідеї на межі предметних галузей і здійснювати власні дослідження.
ЗК-3. Здатність ефективно будувати професійну комунікацію як усно, так і письмово</td></tr>
</table>

державною мовою та принаймні однією з поширених іноземних мов.
ЗК-5. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
ЗК-6. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.
ЗК-7. Здатність працювати в міжнародному контексті.
ЗК-9. Здатність до професійного спілкування зі спеціалістами з інших галузей знань.
ЗК-10. Здатність здійснювати самостійні розробки шляхом творчого застосування існуючих та генерування нових ідей.
Спеціальні (фахові, предметні) компетентності:
ФК-1. Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької або практичної діяльності у сфері математики.
ФК-2. Здатність виявляти актуальні математичні проблеми і використовувати поглиблені знання з математики.
ФК-3. Уявлення про загальні принципи побудови математичних теорій.
ФК-4. Здадність формулювати та доводити математичні твердження, вміти правильно формувати висновки.
ФК-5. Здатність реалізовувати знання з фундаментальних методів математичного, комплексного та функціонального аналізу, алгебри, математичної логіки, геометрії, топології, теорії ймовірності, статистики тощо у теоретичних дослідженнях та при розв'язанні конкретних прикладних задач.
ФК-6. Здатність використовувати спеціалізовані мови програмування та програмне забезпечення для розв'язання задач дослідницького або практичного характеру, оформлення результатів роботи тощо.
ФК-9. Здатність вибирати правильний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв'язання конкретних дослідницьких задач.
ФК-10. Здатність здійснювати дослідницьку та професійну діяльність у міжнародному середовищі.

5. Результати навчання

ПРН-1. Самостійно мислити, генерувати нові ідеї та гіпотези на межі предметних галузей і здійснювати власні дослідження.
ПРН-2. Здійснювати повний та різносторонній пошук інформації, її систематизацію та аналіз.
ПРН-4. Мати глибинні знання з напряму спеціалізації та широку ерудицію в галузі математики.
ПРН-5. Вміти самостійно розв'язувати складні математичні задачі, доводити теореми, будувати приклади.
ПРН-7. Вміти аналізувати відомі методи наукових досліджень та використовувати їх у подальшій науковій роботі.
ПРН-8. Вміти представляти свої результати державною мовою та однією з іноземних мов в усній та письмовій формі.
ПРН-10. Вміти розробляти наукові проекти в галузі математики.

6. Організація навчання курсу

Обсяг курсу

Вид заняття	Загальна кількість годин
лекції	20
семінарські заняття / практичні / лабораторні	10
самостійна робота	60

Ознаки курсу

Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Нормативний / вибірковий

III	111 Математика	І І (Аспірантура)	Вибіркова

Тематика курсу

Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконан-ня
Тема 1. Теорії першого порядку. Синтаксис теорії множин. Символи теорії першого порядку. Терми і формули. Інтерпретації та моделі. Формули та класи в теорії множин. Логічні аксіоми. Теорема Льовенгейма-Скулема.	Лекція, практичне заняття	[7]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття		До наступного заняття за розкладом
Тема 2. Аксіоми Цермело-Френкеля з аксіомою вибору. Додатний лінійний оператор. Перші аксіоми. Поняття ординалу. Твердження про ординали. Аксіома нескінченності. Аксіома вибору. Регулярні множини та аксіома регулярності. Перша теорема фон Неймана (V=П).	Лекція, практичне заняття	[2-10]			До наступного заняття за розкладом
Контрольна робота	Контрольна робота	[2-10]			Згідно розкладу
Тема 3. Транзитивні моделі. Абсолютні формули та операції. Сумісність аксіоми регулярності (друга теорема фон Неймана) і теорема Мостовського про ізоморфізм.	Лекція, практичне заняття	[6,7,10]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття, розв’язати задачі		До наступного заняття за розкладом
Контрольна робота	Контрольна робота	[6,7,10]			Згідно розкладу

7. Система оцінювання курсу

Загальна система оцінювання курсу	**100 бальна:** **50 балів** – допуск до екзамені протягом роботи на парах. **50 балів** – екзамен. **Критерії оцінювання знань, умінь і навичок студентів:** **90 – 100 (відмінно)** – студент демонструє повні і глибокі знання навчального матеріалу, достовірний рівень розвитку умінь та навичок, правильне й обґрунтоване формулювання практичних висновків, наводить повний обґрунтований розв’язок прикладів та задач, аналізує причинно-наслідкові

	зв’язки; вільно володіє науковими термінами; **70 – 89 (добре)** – студент демонструє повні знання навчального матеріалу, але допускає незначні пропуски фактичного матеріалу, вміє застосувати його до розв’язання конкретних прикладів та задач, у деяких випадках нечітко формулює загалом правильні відповіді, допускає окремі несуттєві помилки та неточності розв’язках; **50 – 69 (задовільно)** – студент володіє більшою частиною фактичного матеріалу, але викладає його не досить послідовно і логічно, допускає істотні пропуски у відповіді, не завжди вміє правильно застосувати набуті знання до розв’язання конкретних прикладів та задач, нечітко, а інколи й невірно формулює основні твердження та причинно-наслідкові зв’язки; **0 – 49 (незадовільно)** – студент не володіє достатнім рівнем необхідних знань, умінь, навичок, науковими термінами.
Вимоги до письмової роботи	Відповідно до навчального плану, студент виконує дві контрольних роботи протягом семестру, які є допуском до складання іспиту. Головна її мета – перевірка самостійної роботи студентів в процесі навчання, виявлення ступеня засвоєння ними теоретичних положень курсу. При розв’язанні задач студент має детально вказувати, яким саме був хід його роздумів, якими формулами він користувався.
Семінарські заняття	-
Умови допуску до підсумково го контролю	– оцінка за поточне тестування (10 балів); – оцінка за відповіді на всі основні та додаткові запитання під час аудиторних занять (15 балів); – оцінка за контрольну роботу (15 балів); оцінка за самостійну роботу (10 балів).

8. Політика курсу

- самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей);

- посилання на джерела інформації у разі використання ідей, розробок, тверджень, відомостей;

- надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використані методики досліджень і джерела інформаці.

Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом відповідно до вимог кафедри, що встановлені на засіданні кафедри (співбесіда, реферат тощо).

Пропущені практичні, семінарські та лабораторні заняття, незалежно від причини пропуску, студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні „2”, отримані студентом під час засвоєння відповідної теми на практичному, семінарському та лабораторному занятті перескладаються викладачеві, який веде заняття до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

9. Рекомендована література

1. Справочная книга по математической логике. Часть I: Теория моделей (под редакцией Барвайса Дж.). Москва: Наука, 1982. – 392 с.
2. Справочная книга по математической логике. Часть II: Теория множеств (под редакцией Барвайса Дж.). Москва: Наука, 1982. – 376 с.
3. Йех Т. Теория множеств и метод форсинга. – Москва: Мир, 1973. – 212 с.
4. Кановей В.Г. Аксиома выбора и аксиома детерминированности. – Москва: Наука, 1984. – 65 с.

5. Маслюченко В.К. Елементи теорії множин / Чернівці : Рута. – 2002. – 132 с.
6. Попов М.М. Аксіоматична теорія множин. Частина І. Система аксіом ZFC і вступ до теорії моделей / Чернівці : Рута. – 2011. – 80 с.
7. Попов М.М. Короткий курс математичної логіки та аксіоматичної теорії множин. – Online підручник: http://kafedra.schoolsite.org.ua/Personal/ML3.pdf
8. Jech Th. Set Theory. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 2006. – 769p.
9. Kunen K. Set theory. An introduction to independence proofs. Amsterdam: North-Holland, 1995. – 313 p.

Roitman J. Introduction to modern set theory. New York: Wiley-Interscience Publication, 1991. – 156 p.

Викладач __________________ Попов М.М.