

Державний вищий навчальний заклад  
“Прикарпатський національний університет імені Василя  
Стефаника”

Факультет математики та інформатики

Кафедра алгебри та геометрії

## СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Кільця та модулі

(шифр і назва навчальної дисципліни)

|                     |                                     |
|---------------------|-------------------------------------|
| Рівень освіти       | Науково-освітній (доктор філософії) |
|                     | (назва рівня вищої освіти)          |
| Галузь знань        | 11 — Математика та статистика       |
|                     | (шифр і назва галуза)               |
| Спеціальність(ості) | 111 — Математика                    |
|                     | (шифр і назва спеціальності(ей))    |
| Освітня програма    | Математика                          |
|                     | (назва програми)                    |

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №1 від 31.08.2020

## 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

|   |                               |
|---|-------------------------------|
| <b>Назва дисципліни</b>                         | Кільця та модулі              |
| <b>Викладач(-і)</b>                             | Никифорчин О.Р.               |
| <b>Контактний телефон викладача</b>             | 59-60-16                      |
| <b>E-mail викладача</b>                         | oleh.nykyforchyn@pnu.edu.ua   |
| <b>Формат дисципліни</b>                        | Лекції та лабораторні заняття |
| <b>Обсяг дисципліни</b>                         | 3 кредити                     |
| <b>Посилання на сайт дистанційного навчання</b> | d-learn.pnu.edu.ua            |
| <b>Консультації</b>                             | Середа, 16 <sup>00</sup>      |

## 2. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**2.1. Мета викладання дисципліни.** Основною метою курсу “Кільця та модулі” є формування компетентного спеціаліста в області абстрактної алгебри, здатного застосовувати і розвивати основні положення і методи дисципліни у науковій і навчальній діяльності, самостійно аналізувати будову кілець та модулів, будувати математичні моделі. Важливими завданнями є формування алгебраїчної і теоретико-числової культури, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення аспірантів, забезпечення їх інформацією щодо напрямків розвитку сучасної математики, формування вміння розв’язувати задачі з геометрії, аналізу, фізики, економіки, інформатики, використовуючи методи теорії кілець та модулів.

**2.2. Завдання вивчення дисципліни.** У результаті вивчення навчальної дисципліни “Кільця та модулі” аспірант повинен

знати:

- основні твердження і теореми курсу;
- методи та алгоритми розв’язування задач з дисципліни;

- основні поняття теорії кілець і модулів, зокрема, такі, як кільце, комутативне кільце, кільце з одиницею, дільник нуля, дільник одиниці, ідемпотент, цілісне кільце, ідеал кільця, гомоморфізм кілець, кільце головних ідеалів, евклідове кільце, асоційовані елементи, нерозкладний елемент, найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне елементів кільця, максимальні та прості ідеали кілець, модуль над кільцем, циклічний модуль, скінченнопороджений модуль, вільний модуль, нерозкладний модуль, прості та напівпрості модулі, артіновий модуль, нетеровий модуль;

вміти:

- застосовувати стандартні методи і алгоритми теорії кілець та модулів при розв'язуванні задач;
- наводити приклади, які демонструють сутність теоретичних понять, фактів або спростовують хибні твердження.

### 3. КОМПЕТЕНТНОСТІ

ЗК-12. Здатність аналізувати інформацію подану в різних наукових джерелах, формувати на їхньому тлі власну дослідницьку позицію та професійно вести наукову дискусію.

ФК-1. Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької або практичної діяльності у сфері математики.

ФК-3. Здатність формулювати та доводити математичні твердження, вміти правильно формувати висновки.

ФК-5. Здатність реалізовувати знання з фундаментальних методів алгебри, математичної логіки, геометрії, топології, теорії ймовірності, статистики тощо у теоретичних дослідженнях та при розв'язанні конкретних прикладних задач.

ФК-8. Здатність вибирати правильний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв'язання конкретних дослідницьких задач.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

ПРН-3. Мати глибинні знання з наукового напрямку та широку ерудицію в галузі математики

ПРН-5. Проводити математичне та аналітичне моделювання, здійснювати аналітичні обчислення або чисельні розрахунки, порівняння їх результатів із експериментальними даними для найбільш повного опису властивостей досліджуваних систем

ПРН-6. Застосовувати загальнофілософські та загальнонаукові принципи та методи досліджень при виконанні власної дисертаційної роботи

ПРН-7. Критично сприймати та аналізувати існуючі думки й ідеї, формулювати власні гіпотези, шукати шляхи розв'язання наукових проблеми

ПРН-11. Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми

ПРН-12. Вміти самостійно розв'язувати складні математичні задачі, доводити теореми, будувати приклади

ПРН-14. Вміти аналізувати відомі математичні методи наукових досліджень та використовувати їх у подальшій науковій роботі

#### 5. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

| Обсяг дисципліни  |                          |
|-------------------|--------------------------|
| Вид заняття       | Загальна кількість годин |
| Лекції            | 20                       |
| Практичні         | 10                       |
| Лабораторні       |                          |
| Самостійна робота | 60                       |

| Ознаки дисципліни                  |                     |                        |         |                          |
|------------------------------------|---------------------|------------------------|---------|--------------------------|
| Спеціальність,<br>освітня програма | Рівень<br>освіти    | Курс (рік<br>навчання) | Семестр | Нормативна/<br>вибіркова |
| 111 —<br>Математика,<br>Математика | Доктор<br>філософії | 2-й                    | 3-й     | вибіркова                |

| Тематика дисципліни   |                 |      |     |      |      |      |
|---|-----------------|------|-----|------|------|------|
| Назви<br>змістових модулів і тем  | Кількість годин |      |     |      |      |      |
|   | вс.             | лек. | пр. | лаб. | інд. | сам. |
| <b>Семестр 3</b>  |                 |      |     |      |      |      |
| <b>Змістовий модуль 1. Елементи теорії кілець.</b>  |                 |      |     |      |      |      |
| Тема 1. <i>Означення кільця, тіла та поля. Взаємозв'язки між цими поняттями. Цілісне кільце. Приклади цілісних та нецілісних кілець. [2, 4, 8]</i>  | 7               | 2    | 1   |      |      | 4    |
| Тема 2. <i>Характеристика кільця та поля. Приклади кілець складеної характеристики. [2, 4, 8]</i>   | 7               | 2    | 1   |      |      | 4    |
| Тема 3. <i>Гомоморфізми та ідеали кілець. Факторкільце. Основна теорема про гомоморфізми. Порядок скінченного поля. Максимальні та прості ідеали кілець. [2, 4, 5, 9]</i>   | 9               | 2    | 1   |      |      | 6    |
| Тема 4. <i>Евклідові кільця та кільця головних ідеалів. Евклідовість кільця цілих гаусових чисел. Алгоритм Евкліда. Прості елементи кільця. Розклад на прості множники у кільцях головних ідеалів. Характеризація простих елементів кільця. [1, 2, 5, 8, 9]</i> | 9               | 2    | 1   |      |      | 6    |
| Тема 5. <i>Вкладення кілець у поля. Поле часток. [1, 5, 9]</i>  | 6               | 2    |     |      |      | 4    |
| Тема 6. <i>Колоквіум.</i>   | 6               |      |     |      |      | 6    |
| Всього за модуль:   | 44              | 10   | 4   |      |      | 30   |
| <b>Змістовий модуль 2. Елементи теорії модулів.</b>   |                 |      |     |      |      |      |

| Тематика дисципліни  |                 |      |     |      |      |      |
|--|-----------------|------|-----|------|------|------|
| Назви<br>змістових модулів і тем   | Кількість годин |      |     |      |      |      |
|  | вс.             | лек. | пр. | лаб. | інд. | сам. |
| Тема 7. <i>Поняття модуля над кільцем. Підмодулі. Приклади.</i> [1, 5, 9]                        | 7               | 2    | 1   |      |      | 4    |
| Тема 8. <i>Циклічні модулі. Скінченнопороджені модулі. Вільні модулі. Приклади.</i> [1, 5, 8, 9] | 9               | 2    | 1   |      |      | 6    |
| Тема 9. <i>Нерозкладні модулі. Прості та напівпрості модулі.</i> [1, 5, 8, 9]                    | 9               | 2    | 1   |      |      | 6    |
| Тема 10. <i>Артінові і нетерові модулі.</i> [1, 5, 8, 9]   | 13              | 4    | 1   |      |      | 8    |
| Тема 11. <i>Контрольна робота.</i>   | 8               |      | 2   |      |      | 6    |
| Всього за модуль:  | 46              | 10   | 6   |      |      | 30   |
| Всього за семестр:   | 90              | 20   | 10  |      |      | 60   |
| Усього годин:  | 90              | 20   | 10  |      |      | 60   |

## 6. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Володіння матеріалом дисципліни аспіранти виявляють при написанні колоквиуму і контрольної роботи, оцінених по 25 балів. За активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на практичних заняттях оцінка за кожен модуль може бути підвищена щонайбільше на 5 балів. Максимальна оцінка за іспит становить 50 балів. Сума цих балів визначає підсумкову оцінку.

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка ЄКТС | Оцінка за національною шкалою |
|--|-------------|-------------------------------|
| 90 – 100   | A           | відмінно                      |
| 80 – 89  | B           | добре                         |
| 70 – 79  | C           | добре                         |
| 60 – 69  | D           | задовільно                    |
| 50 – 59  | E           | достатньо                     |
| 1 – 49   | FX          | незадовільно                  |

## 7. ПОЛІТИКА КУРСУ

Самостійне та своєчасне виконання завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей). Важливим є надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності та посилення на джерела інформації у разі використання запозичених ідей, відомостей, розробок.

Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба) навчання може відбуватись індивідуально (за погодженням із деканом факультету).

## 8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Ван дер Варден Б.Л. *Алгебра* / Б.Л. ван дер Варден. – Москва: Наука, 1976. – 648 с.
2. Гаврилків В.М. *Елементи теорії груп та теорії кілець: навчальний посібник* / В.М. Гаврилків. – Івано-Франківськ: Голіней, 2016. – 148 с.
3. Завало С.Т. *Алгебра і теорія чисел. Практикум. Частина 2* / С.Т. Завало, С.С. Левищенко та ін. – Київ: Вища школа, 1986. – 264 с.
4. Кострикин А.И. *Введение в алгебру. Часть I. Основы алгебры: Учебник для вузов* / А.И. Кострикин. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 272 с.
5. Кострикин А.И. *Введение в алгебру. Часть III. Основные структуры: Учебник для вузов* / А.И. Кострикин. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 272 с.
6. Пилипів В.М. *Кільце поліномів: навчально-методичний посібник* / В.М. Пилипів, Р.А. Заторський, І.І. Ліщинський. – Івано-Франківськ: Плай, 2014. – 100 с.

### Додаткова література

7. Скорняков Л.А. *Элементы алгебры: Учебное пособие* / Л.А. Скорняков. – Москва: Наука, 1980. – 240 с.

8. Dummit D.S. *Abstract Algebra* / David S. Dummit, Richard M. Foote. – Wiley Intern. Ed., Chichester: Wiley, 2004. – 932 p.
9. Judson T.W. *Abstract Algebra: Theory and Applications* / Thomas W. Judson. – An open-source textbook available at <http://abstract.ups.edu>, 2012. – 428 p.

Викладач



Никифорчин О.Р.