

Державний вищий навчальний заклад  
“Прикарпатський національний університет імені Василя  
Стефаника”

Факультет математики та інформатики

Кафедра алгебри та геометрії

## СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Теорія категорій

(шифр і назва навчальної дисципліни)

Рівень освіти	Науково-освітній (доктор філософії)
	(назва рівня вищої освіти)
Галузь знань	11 — Математика та статистика
	(шифр і назва галузя)
Спеціальність(ості)	111 — Математика
	(шифр і назва спеціальності(ей))
Освітня програма	Математика
	(назва програми)

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №1 від 31.08.2020

## 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

<b>Назва дисципліни</b>	Теорія категорій
<b>Викладач(-і)</b>	Никифорчин О.Р.
<b>Контактний телефон викладача</b>	59-60-16
<b>E-mail викладача</b>	oleh.nykyforchyn@pnu.edu.ua
<b>Формат дисципліни</b>	Лекції та лабораторні заняття
<b>Обсяг дисципліни</b>	3 кредити
<b>Посилання на сайт дистанційного навчання</b>	d-learn.pnu.edu.ua
<b>Консультації</b>	Середа, 16 <sup>00</sup>

## 2. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**2.1. Мета викладання дисципліни.** Теорія категорій, з одного боку, є мовою сучасної математики, без якої складно висловити і зрозуміти багато фундаментальних фактів і понять алгебри, топології, функціонального аналізу, сучасної математичної логіки. З іншого боку, застосування категорних методів дозволяє розв'язати задачі, які іншими засобами подолати складно чи неможливо. Засвоєння основ теорії категорій сприятиме успішній науковій діяльності аспірантів, зацікавлених алгеброю, аналізом чи топологією.

**2.2. Завдання вивчення дисципліни.** При вивченні даного предмету аспірант повинен засвоїти основні поняття теорії категорій, зокрема, саме означення категорії, як природне узагальнення графа (з одного боку) та класу множин зі структурою і відповідних відображень, наприклад, груп та їх гомоморфізмів (з іншого боку). Важливо вміти охарактеризувати та розпізнати класи об'єктів та стрілок — моно-, епі- та ізоморфізмів, ініціальних, термінальних та нульових об'єктів, оборотних стрілок. Поняття і приклади

границь і кограниць, їх властивості суттєві для алгебри та функціонального аналізу (ядра, добутки і суми, проєктивні та ін'єктивні границі тощо). Потрібно засвоїти поняття функтора і природного перетворення, приклади і застосування функторів, наприклад, функтора фундаментальної групи. Аспірант повинен розуміти категорну природу вільних об'єктів та їх зв'язок зі спряженими функторами.

### 3. КОМПЕТЕНТНОСТІ

ЗК-15. Здатність опрацювати первинну інформацію.

ФК-1. Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької або практичної діяльності у сфері математики.

ФК-3. Здатність формулювати та доводити математичні твердження, вміти правильно формувати висновки.

ФК-5. Здатність реалізовувати знання з фундаментальних методів алгебри, математичної логіки, геометрії, топології, теорії ймовірності, статистики тощо у теоретичних дослідженнях та при розв'язанні конкретних прикладних задач.

ФК-8. Здатність вибирати правильний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв'язання конкретних дослідницьких задач.

### 4. РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

ПРН-3. Мати глибинні знання з наукового напрямку та широку ерудицію в галузі математики

ПРН-6. Застосовувати загальнофілософські та загальнонаукові принципи та методи досліджень при виконанні власної дисертаційної роботи

ПРН-7. Критично сприймати та аналізувати існуючі думки й ідеї, формулювати власні гіпотези, шукати шляхи розв'язання наукових проблеми

ПРН-11. Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми

ПРН-12. Вміти самостійно розв'язувати складні математичні задачі, доводити теореми, будувати приклади

ПРН-14. Вміти аналізувати відомі математичні методи наукових досліджень та використовувати їх у подальшій науковій роботі

## 5. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	20
Практичні	10
Лабораторні	
Самостійна робота	60

Ознаки дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс (рік навчання)	Семестр	Нормативна/вибіркова
111 — Математика, Математика	Доктор філософії	2-й	3-й	вибіркова

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
<b>Семестр 3</b>						
<b>Змістовий модуль 1. Категорії. Типи стрілок і об'єктів. Границі і кограниці</b>						
Тема 1. <i>Означення категорій. Приклади категорій.</i>	9	2	1			6

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 2. Стрілки та їх властивості. Ско- ротні та оборотні зліва (справа) стріл- ки. Епіморфізми та мономорфізми в ка- тегорії множин. Ізоморфізми, початко- ві та кінцеві об'єкти. Їх опис в категорії множин.	9	2	1			6
Тема 3. Діаграма. Комутативність діа- грами. Приклади комутативних і неко- мутативних діаграм. Добутки. Пулбе- ки та зрівнювачі.	15	4	1			10
Тема 4. Комутативні конуси над діагра- мою. Означення границі діаграми як уні- версального конуса. Категорія $\text{Cone}(D)$ . Границя діаграми як кінцевий об'єкт. Приклади та властивості границь діа- грам. Кограниця діаграми.	12	2	2			8
Всього за модуль:	45	10	5			30
<b>Змістовий модуль 2. Дії над категоріями. Функтори і природні перетворення.</b>						
Тема 5. Дії над категоріями : підкатего- рія, добуток категорій. Оборнена катего- рія, дуальність, дуальні факти та поня- ття.	6	2				4
Тема 6. Категорії стрілок та закручених стрілок. Категорії "об'єктів над $A$ " та "об'єктів під $A$ ".	9	2	1			6
Тема 7. Поняття коваріантного та контраваріантного функтора. Прикла- ди. Властивості функторів. Повнота і правдивість. Збереження та відбиття функторами властивостей об'єктів та стрілок.	11	2	1			8
Тема 8. Поняття та приклади природних перетворень. Дії над природними пере- твореннями.	9	2	1			6
Тема 9. Вільні об'єкти. Побудова спряже- них функторів.	10	2	2			6
Всього за модуль:	45	10	5			30

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Всього за семестр:	90	20	10			60
Усього годин:	90	20	10			60

## 6. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Володіння матеріалом дисципліни аспіранти виявляють при виконанні двох домашніх контрольних робіт, оцінених по 50 балів.

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	добре
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	достатньо
1 – 49	FX	незадовільно

## 7. ПОЛІТИКА КУРСУ

Самостійне та своєчасне виконання завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей). Важливим є надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності та посилення на джерела інформації у разі використання запозичених ідей, відомостей, розробок.

Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба) навчання може відбуватись індивідуально (за погодженням із деканом факультету).

## 8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М., Наука, 1977.
2. M. Barr, Ch. Wells Toposes, triples and theories. N.Y. e.a.: Springer, 1985.
3. Общая алгебра, Т.2. Под ред. Л.А. Скорнякова. М.: Наука, 1991.
4. М.Ш. Цаленко, А.Г. Шульгейфер. Основы теории категорий. М.: Наука, 1974.
5. Z. Semadeni, A. Wiweger. Wstęp do teorii kategoriej i functorów. W.: PWN, 1972.

Викладач



Никифорчин О.Р.