

Державний вищий навчальний заклад  
“Прикарпатський національний університет імені Василя  
Стефаника”

Факультет математики та інформатики

Кафедра алгебри та геометрії

## СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Геометрична топологія  
(шифр і назва навчальної дисципліни)

Рівень освіти	Науково-освітній (доктор філософії)
	(назва рівня вищої освіти)
Галузь знань	11 — Математика та статистика
	(шифр і назва галузя)
Спеціальність(ості)	111 — Математика
	(шифр і назва спеціальності(ей))
Освітня програма	Математика
	(назва програми)

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №1 від 31.08.2020

## 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

<b>Назва дисципліни</b>	Геометрична топологія
<b>Викладач(-і)</b>	Никифорчин О.Р.
<b>Контактний телефон викладача</b>	59-60-16
<b>E-mail викладача</b>	oleh.nykyforchyn@pnu.edu.ua
<b>Формат дисципліни</b>	Лекції та лабораторні заняття
<b>Обсяг дисципліни</b>	3 кредити
<b>Посилання на сайт дистанційного навчання</b>	d-learn.pnu.edu.ua
<b>Консультації</b>	Середа, 16 <sup>00</sup>

## 2. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**2.1. Мета викладання дисципліни.** Геометрична топологія є важливою гілкою сучасної геометрії з численними застосуваннями, наприклад, у теорії динамічних систем та диференціальних рівняннях. З іншого боку, вона узагальнює вивчені у диференціальній геометрії властивості кривих та поверхонь і є геометричною у повному розумінні цього слова. Об'єкти геометричної топології — топологічні та гладкі многовиди і їх відображення — є найприроднішими для уяви і геометричної інтуїції, однак строга формалізація інтуїтивних уявлень про гладкість, орієнтованість тощо вимагає ґрунтовної математичної бази і великого обсягу технічної роботи. Метою даної дисципліни є обґрунтування і впорядкування властивостей многовидів та їх відображень, яке закладе основу для їх фахового використання у наукових дослідженнях.

**2.2. Завдання вивчення дисципліни.** При вивченні даного предмету аспірант повинен засвоїти основні поняття геометричної топології, зокрема, поняття топологічного многовиду, його відмінності від поняття локально евклідового простору і мотиви цих відмінностей. Важливо засвоїти техніку побудови атласів і дослідження функцій переходу, як апарату вивчення класів гладкості многовидів і їх відображень. Аспірант вивчить локальну будову диференційовних відображень гладких многовидів, що задовольняють умови правильності — іммерсій і субмерсій, використовуючи теорему про неявну функцію. Буде запроваджено дотичні простори (у різні способи) та дотичний многовид, векторні поля на многовиді та на їх основі обґрунтовано поняття і критерії орієнтовності.

### 3. КОМПЕТЕНТНОСТІ

ЗК-15. Здатність опрацьовувати первинну інформацію.

ФК-1. Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької або практичної діяльності у сфері математики.

ФК-3. Здатність формулювати та доводити математичні твердження, вміти правильно формувати висновки.

ФК-5. Здатність реалізовувати знання з фундаментальних методів алгебри, математичної логіки, геометрії, топології, теорії ймовірності, статистики тощо у теоретичних дослідженнях та при розв'язанні конкретних прикладних задач.

ФК-8. Здатність вибирати правильний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв'язання конкретних дослідницьких задач.

### 4. РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

ПРН-3. Мати глибинні знання з наукового напрямку та широку ерудицію в галузі математики

ПРН-7. Критично сприймати та аналізувати існуючі думки й ідеї, формулювати власні гіпотези, шукати шляхи розв'язання наукових проблеми

ПРН-11. Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми

ПРН-12. Вміти самостійно розв'язувати складні математичні задачі, доводити теореми, будувати приклади

ПРН-14. Вміти аналізувати відомі математичні методи наукових досліджень та використовувати їх у подальшій науковій роботі

### 5. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	20
Практичні	10
Лабораторні	
Самостійна робота	60

Ознаки дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс (рік навчання)	Семестр	Нормативна/вибіркова
111 — Математика, Математика	Доктор філософії	2-й	3-й	вибіркова

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
<b>Семестр 3</b>						
<b>Змістовий модуль 1. Многовиди та їх відображення.</b>						

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 1. Локально евклідові простори. Поняття і приклади многовидів. Карти, функції переходу і атласи. Відкритість, замкненість, зв'язність многовида.	9	2	1			6
Тема 2. Поняття класу гладкості числової функції багатьох змінних, зокрема, з невідкритою областю визначення. "Локальна" і "глобальна" гладкість, застосування гладких розбиттів одиниці.	9	2	1			6
Тема 3. Клас гладкості атласу многовида. Гладка структура. Клас гладкості відображення з многовида, у многовид та між многовидами. Дифеоморфізми. Край гладкого многовида та добуток гладких многовидів.	14	4	2			8
Тема 4. Матриця Якобі та сильна похідна відображення. Теорема про неявну функцію. Поведінка дифеоморфізмів на краях многовидів. Вплив рангу матриці Якобі на локальну будову диференційовного відображення многовидів.	16	4	2			10
Тема 5. Регулярні точки та регулярні відображення. Іммерсії і субмерсії, їх будова. Правильні відображення. Задання многовида системою рівнянь, і, можливо, нерівності. Теорема Уїтні.	13	4	1			8
Тема 6. Способи впровадження дотичних векторів. Дотичний простір до многовида у точці. Дотичний многовид і дотичне розшарування. Автономні диференціальні рівняння.	11	2	1			8
Тема 7. Орієнтація, орієнтовність многовида, методи її доведення чи спростування.	11	2	1			8
Тема 8. Виконання домашньої контрольної роботи.	7		1			6
Всього за модуль:	90	20	10			60
Всього за семестр:	90	20	10			60

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Усього годин:	90	20	10			60

## 6. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Володіння матеріалом дисципліни аспіранти виявляють при виконанні домашньої контрольної роботи, оціненої 25 балами. Ще 25 балів вони отримують за її захист. Ця оцінка доповнюється 50 балами за письмовий іспит.

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	добре
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	достатньо
1 – 49	FX	незадовільно

## 7. ПОЛІТИКА КУРСУ

Самостійне та своєчасне виконання завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей). Важливим є надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності та посилення на джерела інформації у разі використання запозичених ідей, відомостей, розробок.

Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба) навчання може відбуватись індивідуально (за погодженням із деканом факультету).

## 8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М., Наука, 1977.
2. Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. Геометрия. — М., Наука, 1990.
3. Борисенко О.А. Диференціальна геометрія і топологія. — Х., Основа, 1995.
4. Борисович Ю.Г., Близняков Н.М., Израилевич Я.А., Фоменко Т.Н., Введение в топологию. — 2-е изд., доп. — М., Физматлит, 1995.
5. Гуран І.Й., Зарічний М.М. Диференціальна геометрія і топологія. — К., НМК ВО, 1991.
6. Никифорчин О.Р. Вступ до топології. — 4-е вид., випр. і доповн. — Івано-Франківськ, Прикарпатський університет, 2018.
7. Фоменко А.Т., Фукс Д.Б. Курс гомотопической топологии. — М., Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.

Викладач



Никифорчин О.Р.