

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДВНЗ «ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА»

Факультет математики та інформатики

Кафедра математичного і функціонального аналізу

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

АНАЛІТИЧНА ТЕОРІЯ НЕПЕРЕРВНИХ
ТА ГІЛЛЯСТИХ ЛАНЦЮГОВИХ ДРОБІВ

Освітньо-наукова програма «Математика»

Спеціальність 111 Математика

Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № 1 від «27» серпня 2020 р.

ЗМІСТ

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Компетентності
5. Результати навчання
6. Організація навчання курсу
7. Система оцінювання курсу
8. Політика курсу
9. Рекомендована література

1. Загальна інформація	
Назва дисципліни	Аналітична теорія неперервних та гіллястих ланцюгових дробів
Рівень вищої освіти	Третій (доктор філософії)
Викладач	Дмитришин Роман Іванович
Контактний телефон викладача	(0342) 59-60-50
Е-mail викладача	roman.dmytryshyn@pnu.edu.ua
Формат дисципліни	Очна
Обсяг дисципліни	3 кредити ЄКТС
Посилання на сайт дистанційного навчання	https://d-learn.pnu.edu.ua/
Консультації	Очні консультації: згідно розкладу консультацій
2. Анотація до курсу	
<p>Неперервні дроби є одним із розділів класичного аналізу, що тісно пов'язаний із теорією чисел, теорією наближень, диференціальними рівняннями, спектральною теорією самоспряжених операторів та ін. Із розвитком обчислювальної техніки і запитам з боку природничих та інженерних наук інтерес до вивчення неперервних дробів та їх узагальнень значно зріс. Гіллясті ланцюгові дроби є багатовимірним узагальненням класичних одновимірних неперервних дробів, тож вони успадковують багато їх властивостей, але мають й свої особливості. Курс «Аналітична теорія неперервних та гіллястих ланцюгових дробів» відноситься до вибіркової компоненти освітньо-наукової програми і містить фундаментальні основи теорії неперервних дробів та їх узагальнень – гіллястих ланцюгових дробів, а також основи теорії гіллястих ланцюгових дробів з нерівнозначними змінними.</p>	
3. Мета та цілі курсу	
<p>Мета та цілі курсу полягають у формуванні в аспірантів нових теоретичних знань і практичних навичок з аналітичної теорії неперервних та гіллястих ланцюгових дробів.</p>	
4. Компетентності	
<p>ЗК-1. Розуміння концептуальних і методологічних основ у галузі науково-дослідної та/або професійної діяльності і на межі предметних галузей</p> <p>ЗК-11. Здатність критично осмислювати події та явища наукового життя, використовувати філософську рефлексію для формування власної світоглядної позиції, системного наукового світогляду та загального культурного світогляду</p> <p>ФК-1. Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької або практичної діяльності у сфері математики</p> <p>ФК-4. Здатність реалізовувати знання з фундаментальних методів математичного, комплексного та функціонального аналізу у теоретичних дослідженнях та при розв'язанні конкретних прикладних задач</p> <p>ФК-8. Здатність вибирати правильний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв'язання конкретних дослідницьких задач</p>	
5. Результати навчання	
<p>ПРН-1. Мати глибинні знання з прогнозування результатів виконання наукового проєкту, їхню наукову новизну та практичну цінність</p> <p>ПРН-3. Мати глибинні знання з наукового напрямку та широку ерудицію в галузі математики</p> <p>ПРН-5. Проводити математичне та аналітичне моделювання, здійснювати аналітичні обчислення або чисельні розрахунки, порівняння їх результатів із експериментальними даними для найбільш повного опису властивостей досліджуваних систем</p> <p>ПРН-7. Критично сприймати та аналізувати існуючі думки й ідеї, формулювати власні гіпотези, шукати шляхи розв'язання наукових проблеми</p> <p>ПРН-11. Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми</p>	

ПРН-12. Вміти самостійно розв'язувати складні математичні задачі, доводити теореми, будувати приклади					
ПРН-14. Вміти аналізувати відомі математичні методи наукових досліджень та використовувати їх у подальшій науковій роботі					
6. Організація навчання курсу					
Обсяг курсу – 90 год.					
Вид заняття			Загальна кількість годин		
Лекції			20		
Практичні заняття			10		
Самостійна робота			60		
Ознаки курсу					
Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)		Нормативний / вибірковий	
3	111 Математика	2		Вибірковий	
Тематика курсу					
Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год.	Вага оцінки	Термін виконання
Модуль. Неперервні та гіллясті ланцюгові дроби					
Тема 1. Елементарні властивості неперервних дробів. Означення неперервного дроби. Рекурентні співвідношення. Еквівалентні перетворення неперервних дробів. Стиск і розтяг. Зв'язок між неперервними дробами і рядами. Періодичні і гранично періодичні дроби. Неперервні дроби над нормованим полем. Узагальнення неперервних дробів.	Лекція, практичне заняття	[7-9]	Опрацювання лекційного матеріалу, 2; розв'язування задач, 2.	2 бали	За розкладом
Тема 2. Зображення функцій неперервними дробами. Відповідність. Сімейства неперервних	Лекція, практичне заняття	[7-9]	Опрацювання лекційного матеріалу, 2; розв'язування задач, 2.	4 бали	За розкладом

<p>дробів. Відповідність С-дробів. Відповідність Р-дробів. Відповідність J- та Т-дробів. Відповідність і трьохчленні співвідношення.</p>					
<p>Тема 3. Критерії збіжності неперервних дробів. Деякі класичні теореми. Множини значень і множини збіжності. Параболічні і кардіоїдна теореми. Відповідність і рівномірна збіжність. Періодичні і гранично періодичні дроби.</p>	Лекція, практичне заняття	[7-9]	Опрацювання лекційного матеріалу, 4; розв'язування задач, 2.	4 бали	За розкладом
<p>Тема 4. Алгоритми побудови неперервних дробів. Регулярний С-дріб. С-дріб. S-дріб. G-дріб. Р-дріб. J-дріб. М-дріб. Тіле дроби.</p>	Лекція, практичне заняття	[7-9]	Опрацювання лекційного матеріалу, 4; розв'язування задач, 2.	4 бали	За розкладом
<p>Тема 5. Оцінки похибок наближень. Параболічні теореми і похибки наближень. Теорема про овальну послідовність. Теорема про інтервальну послідовність. Апріорні оцінки для S-дробів.</p>	Лекція, практичне заняття	[7-9]	Опрацювання лекційного матеріалу, 4; розв'язування задач, 2.	4 бали	За розкладом

Апостеріорні оцінки.					
Тема 6. Елементарні властивості гіллястих ланцюгових дробів. Означення гіллястого ланцюгового дробу. Підхідні дроби. Формула різниці двох підхідних дробів. Властивість 'вилки'. Еквівалентні перетворення гіллястих ланцюгових дробів. Послідовності множин елементів і множин значень.	Лекція, практичне заняття	[1,6]	Опрацювання лекційного матеріалу, 2; розв'язування задач, 2.	2 бали	За розкладом
Тема 7. Методи дослідження збіжності гіллястих ланцюгових дробів. Різні види збіжності. Метод мажорант. Аналог методу фундаментальних нерівностей. Багатовимірний аналог теореми Монтеля.	Лекція, практичне заняття	[1,6]	Опрацювання лекційного матеріалу, 2; розв'язування задач, 1.	2 бали	За розкладом
Тема 8. Ознаки збіжності гіллястих ланцюгових дробів. Гіллясті ланцюгові дроби з додатними елементами. Гіллясті ланцюгові дроби з від'ємними елементами. Гіллясті ланцюгові дроби з	Лекція, практичне заняття	[1,6]	Опрацювання лекційного матеріалу, 4; розв'язування задач, 1.	4 бали	За розкладом

комплексними елементами.					
<p>Тема 9. Функціональні гіллясті ланцюгові дроби з нерівнозначними змінними. Означення гіллястого ланцюгового дроби з нерівнозначними змінними та його властивості. Ознаки збіжності гіллястих ланцюгових дробів з нерівнозначними змінними. Узагальнене поняття відповідності. Багатовимірні регулярні C-дроби з нерівнозначними змінними. Багатовимірні S-дроби з нерівнозначними змінними. Багатовимірні g-дроби з нерівнозначними змінними. Багатовимірні A-дроби з нерівнозначними змінними. Багатовимірні J-дроби з нерівнозначними змінними.</p>	Лекція, практичне заняття	[1,3,4]	Опрацювання лекційного матеріалу, 4; розв'язування задач, 4.	4 бали	За розкладом
7. Система оцінювання курсу					
Загальна система оцінювання курсу	<p>100 бальна: 50 балів модуль (20 балів – модульна контрольна робота, 30 балів – опитування); 50 балів за екзамен (30 балів за теоретичні питання, 20 балів за практичні завдання). Критерії оцінювання знань, умінь і навичок аспірантів: 90 – 100 (відмінно) – аспірант демонструє повні і глибокі знання навчального матеріалу, достовірний рівень розвитку умінь та навичок, правильне й обґрунтоване формулювання практичних</p>				

	<p>висновків, наводить повний обґрунтований розв'язок прикладів та задач, аналізує причинно-наслідкові зв'язки; вільно володіє науковими термінами;</p> <p>70 – 89 (добре) – аспірант демонструє повні знання навчального матеріалу, але допускає незначні пропуски фактичного матеріалу, вміє застосувати його до розв'язання конкретних прикладів та задач, у деяких випадках нечітко формулює загалом правильні відповіді, допускає окремі несуттєві помилки та неточності розв'язках;</p> <p>50 – 69 (задовільно) – аспірант володіє більшою частиною фактичного матеріалу, але викладає його не досить послідовно і логічно, допускає істотні пропуски у відповіді, не завжди вміє правильно застосувати набуті знання до розв'язання конкретних прикладів та задач, нечітко, а інколи й невірно формулює основні твердження та причинно-наслідкові зв'язки;</p> <p>0 – 49 (незадовільно) – аспірант не володіє достатнім рівнем необхідних знань, умінь, навичок, науковими термінами.</p>
Практичні заняття	Практичні заняття проводиться з метою формування у аспірантів умінь і навичок з курсу, вирішення сформульованих завдань, їх перевірка та оцінювання. За метою і структурою практичні заняття є ланцюжком, який пов'язує теоретичне навчання і навчальну практику з курсу, а також передбачає попередній контроль знань аспірантів. Оцінки за практичні заняття враховуються при виставленні підсумкової оцінки з курсу.
Умови допуску до підсумкового контролю	Оцінка за поточний контроль і самостійну роботу має бути не менша, ніж 25 балів .

8. Політика курсу

Самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей).

Посилання на джерела інформації у разі використання ідей, розробок, тверджень, відомостей.

Надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використанні методики досліджень і джерела інформації.

Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується аспірантом відповідно вимог кафедри, що встановлені на засіданні кафедри (співбесіда, реферат тощо).

Пропущені практичні заняття, незалежно від причини пропуску, аспірант відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні незадовільні оцінки, отримані аспірантом під час засвоєння відповідної теми на практичному занятті, перескладаються викладачеві, який веде заняття до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

9. Рекомендована література

1. Баран О.Є. Наближення функцій багатьох змінних гіллястими ланцюговими дробами з нерівнозначними змінними: дис. ... канд. фіз.-мат. наук: 01.01.01. – Львів: ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України, 2014. – 166 с.
2. Боднар Д. И. Ветвящиеся цепные дроби. – Киев: Наук. думка, 1986. – 176 с.
3. Бубняк М.М. Множини збіжності періодичних гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду: дис. ... канд. фіз.-мат. наук: 01.01.01. – Львів: ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України, 2016. – 151 с.
4. Дмитришин Р.І. Деякі класи функціональних гіллястих ланцюгових дробів з

- нерівнозначними змінними і кратні степеневі ряди: дис. ... доктора фіз.-мат. наук: 01.01.01. – Івано-Франківськ: ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника», 2018. – 340 с.
5. Кучмінська Х.Й. Двовимірні неперервні дроби. – Львів: ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України, 2010. – 218 с.
 6. Скоробогатыко В.Я. Теория ветвящихся цепных дробей и её применение в вычислительной математике. – Москва: Наука, 1983. – 312 с.
 7. Brezinski С. History of Continued Fractions and Pade Approximants. – Berlin; Heidelberg; New York; London; Paris; Tokyo; Hong Kong; Barcelona: Springer-Verlag, 1991. – 551 p.
 8. Handbook of Continued Fractions for Special Functions / Cuyt A.A.M. et al. – Dordrecht: Springer, 2008. – xvi+431 p.
 9. Jones W.B., Thorn W.J. Continued Fractions: Analytic Theory and Applications. – Reading, Mass.: Addison-Wesley Pub. Co., Inc, 1980. – xxviii+428p.
 10. H.S. Wall, Analytic Theory of Continued Fractions. – New York, N. Y.: D. Van Nostrand Co., Inc, 1948. – xiii+433 p.

Викладач



Дмитришин Р.І.