

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДВНЗ «ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА»**

Факультет математики та інформатики
Кафедра математичного і функціонального аналізу

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Поглиблені розділи теорії міри

Освітньо-наукова програма Математика

Спеціальність 111 Математика

Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № 1 від 27 серпня 2019 р.

ЗМІСТ

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Результати навчання (компетентності)
5. Організація навчання курсу
6. Система оцінювання курсу
7. Політика курсу
8. Рекомендована література

1. Загальна інформація	
Назва дисципліни	Поглиблені розділи теорії міри
Викладач (-і)	д. фіз.-мат. н., проф. Шарин С.В.
Контактний телефон викладача	+38 (095) 700 52 88
E-mail викладача	serhii.sharyn@pnu.edu.ua
Формат дисципліни	Очний
Обсяг дисципліни	3 кредити ECTS
Посилання на сайт дистанційного навчання	https://d-learn.pnu.edu.ua/index.php?mod=course&action=ReviewOneCourse&id_cat=109&id_cou=8748
Консультації	Очні та/або онлайн консультації: згідно з розкладом консультацій
2. Анотація до курсу	
<p>“Поглиблені розділи теорії міри” є дисципліною циклу професійно-наукової підготовки навчального плану, яка сприяє підготовці аспірантів для написання наукових досліджень. Аспіранти отримують теоретико-методичні та практичні навички у теорії міри, які не розглядаються у базових курсах бакалаврату і магістратури.</p>	
3. Мета та цілі курсу	
<p>Метою дисципліни є доповнення вивчених раніше розділів функціонального аналізу та теорії міри і інтеграла Лебега розділами теорії міри поглибленого змісту.</p> <p>Цілями даної дисципліни є надання аспірантам знань, які дадуть їм можливість зрозуміти поглиблені розділи теорії міри, які не розглядаються або розглядаються недостатньо у базових курсах, зокрема, окрему увагу у курсі приділено функції Кантора, інтегралу по множині нескінченної міри, добуткам мір.</p>	
4. Результати навчання (компетентності)	
<p>У результаті вивчення навчальної дисципліни аспірант повинен:</p> <ul style="list-style-type: none"> – бути здатним здійснювати самостійні розробки шляхом творчого застосування існуючих та генерування нових ідей; – мати глибинні знання з функціонального аналізу, зокрема з теорії міри, та широку ерудицію в галузі математики; – вміти самостійно розв’язувати складні математичні задачі з теорії міри, доводити теореми, будувати приклади; – вміти аналізувати відомі методи наукових досліджень та використовувати їх у подальшій науковій роботі; – мати знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької або практичної діяльності у сфері математики; – мати здатність виявляти актуальні математичні проблеми і використовувати поглиблені знання з математики, зокрема з функціонального аналізу; – мати здатність формулювати та доводити математичні твердження, вміти правильно формувати висновки; – мати здатність вибирати правильний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв’язання конкретних дослідницьких задач. 	

5. Організація навчання курсу			
Обсяг курсу - 90 год.			
Вид заняття		Загальна кількість годин	
лекції		30	
практичні заняття		10	
самостійна робота		50	
Ознаки курсу			
Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Обов’язковий / вибірковий
II	111 математика	перший	обов’язковий

Тематика курсу					
Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
Тема 1. Вступ до поняття міри. Означення, властивості, основні теореми.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 2. Побудова та продовження мір. Алгебри, σ -алгебри. Адитивність та зліченна адитивність мір. Зовнішня міра та лебегове продовження міри. Міра Лебега, міра Лебега-Стілтєса.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 3. Операції над мірами. Розклади знакомінних мір. Теорема Радона-Никодима.	Лекція	[1,2,4,6,7,9,11,14,16]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 4. Операції над мірами. Добутки просторів з мірами. Теорема Фубіні. Нескінченні добутки мір.	Лекція	[1,2,4,6,7,9,11,14,16]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 5. Операції над мірами. Добутки просторів з мірами. Теорема Фубіні. Нескінченні добутки мір.	Лекція	[1,2,4,6,7,9,11,14,16]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 5. Спеціальні приклади вимірних та невимірних множин. Канторова множина. Функція Кантора. Узагальнення.	Лекція	[1,2,4,6,7,9,11,14,16]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 5. Спеціальні приклади вимірних та невимірних множин. Канторова множина. Функція Кантора. Узагальнення.	Практичне заняття	[3,4,6,7,9,13,14,16]	Розв'язати завдання на занятті та зробити домашнє завдання	10	До наступного заняття за розкладом
Тема 6. Інтеграл Лебега. Вимірні функції. Означення та властивості інтеграла Лебега.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 6. Інтеграл Лебега. Вимірні функції. Означення та властивості інтеграла Лебега.	Практичне заняття	[1-16]	Розв'язати завдання на занятті та зробити домашнє завдання	10	До наступного заняття за розкладом
Тема 7. Зліченна адитивність та абсолютна неперервність інтеграла Лебега. Рівність інтегралів від еквівалентних функцій. Нерівність Чебишова.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом

Тема 8. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега. Теорема Лебега про обмежену збіжність.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 8. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега. Теорема Лебега про обмежену збіжність.	Практичне заняття	[1-16]	Розв'язати завдання на занятті та зробити домашнє завдання	10	До наступного заняття за розкладом
Тема 8. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега. Теорема Беппо-Леві про монотонну збіжність. Лема Фату.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 8. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега. Теорема Беппо-Леві про монотонну збіжність. Лема Фату.	Практичне заняття	[1-16]	Розв'язати завдання на занятті та зробити домашнє завдання	10	До наступного заняття за розкладом
Тема 9. Інтеграл по множині нескінченної міри. Означення та властивості.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 9. Інтеграл по множині нескінченної міри. Теорема про граничний перехід під знаком інтеграла на множині нескінченної міри.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 10. Міри на топологічних просторах. Борелівські, берівські та радоніві міри. Продовження мір.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 10. Міри на топологічних просторах. Теорема Колмогорова. Регулярність мір в термінах функціоналів.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 10. Міри на топологічних просторах. Міри на локально компактних просторах. Міри на лінійних просторах.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Підсумкове практичне заняття	Практичне заняття	[1-16]	Контрольна робота	40	Відповідно до розкладу

6. Система оцінювання курсу	
Загальна система оцінювання курсу	<p>100 бальна – 100 балів протягом семестру;</p> <p>“відмінно” – студент демонструє повні і глибокі знання навчального матеріалу, достовірний рівень розвитку умінь та навичок, правильне й обґрунтоване формулювання практичних висновків, наводить повний обґрунтований розв’язок прикладів та задач, аналізує причинно-наслідкові зв’язки; вільно володіє науковими термінами;</p> <p>“добре” – студент демонструє повні знання навчального матеріалу, але допускає незначні пропуски фактичного матеріалу, вміє застосувати його до розв’язання конкретних прикладів та задач, у деяких випадках нечітко формулює загалом правильні відповіді, допускає окремі несуттєві помилки та неточності в розв’язках;</p> <p>“задовільно” – студент володіє більшою частиною фактичного матеріалу, але викладає його не досить послідовно і логічно, допускає істотні пропуски у відповідях, не завжди вміє правильно застосувати набуті знання до розв’язання конкретних прикладів та задач, нечітко, а інколи й невірно формулює основні твердження та причинно-наслідкові зв’язки;</p> <p>“незадовільно” – студент не володіє достатнім рівнем необхідних знань, умінь, навичок, науковими термінами.</p>
Практичні заняття	Практичне заняття проводиться з метою формування у студентів умінь і навичок з предмету для вирішення сформульованих завдань. На практичних заняттях передбачається попередній контроль знань аспірантів. Оцінки за практичні заняття враховуються при виставленні підсумкової оцінки з дисципліни.
Умови допуску до підсумкового контролю	<ul style="list-style-type: none"> – оцінка за поточне тестування (20 балів); – оцінка за відповіді на всі основні та додаткові запитання під час аудиторних занять (20 балів); – оцінка за контрольну роботу (40 балів); – оцінка за самостійну роботу (20 балів).
7. Політика курсу	
<p>- самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей);</p> <p>- посилення на джерела інформації у разі використання ідей, розробок, тверджень, відомостей;</p> <p>- надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використані методики досліджень і джерела інформації.</p> <p>Засвоєння теми пропущеної лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується аспірантом у вигляді співбесіди. Пропущені практичні заняття, незалежно від причини пропуску, аспірант відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні „2”, отримані аспірантом під час засвоєння відповідної теми на практичному занятті перескладаються викладачеві, який веде заняття, до складання підсумкового контролю з обов’язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.</p>	

8. Рекомендована література

1. Богачев В.И. Основы теории меры. Т.1. – Москва-Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2003. – 544 с.
2. Богачев В.И. Основы теории меры. Т.2. – Москва-Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2003. – 576 с.
3. Гелбаум Б., Олмстед Дж. Контрпримеры в анализе. – М.: Мир, 1967. – 251с.
4. Дороговцев А.Я. Элементы общей теории меры и интеграла. К.: Вища школа, 1989. – 152с.
5. Камке Е. Интеграл Лебега-Стилтьеса. – М.: Физматгиз, 1959. – 328с.
6. Кужель О.В. Вступ до теорії міри та інтеграла. – Київ: НМК ВО, 1991. – 190с.
7. Лянце В., Кудрик Т., Чуйко Г. Лекції з теорії міри та інтеграла Лебега. – Львів: ЛНУ ім. І.Франка, 1999. – 112с.
8. Лянце В.Е., Федик М.М., Чуйко Г.І. Интеграл Лебега. – Львів: ЛДУ, 1990. – 72с.
9. Маслюченко В.К. Лекції з теорії міри та інтеграла. Част. 1. – Чернівці: Рута, 2011. – 156 с.
10. Маслюченко В.К. Лекції з теорії міри та інтеграла. Част. 2. – Чернівці: Рута, 2011. – 176 с.
11. Соболев В.И. Лекции по дополнительным главам математического анализа. – М.: Наука, 1968. – 288с.
12. Сторож О., Кудрик Т., Сущик Н. Додаткові розділи теорії міри і функціонального аналізу. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2018. – 198с.
13. Толстов Г.П. Мера и интеграл. – М.: Наука, 1976. – 392с.
14. Федак І.В. Функціональний аналіз. – Ів.-Франківськ: 2009. – 120с.
15. Халмош П. Теория меры. – М.: ИЛ, 1953. – 291с.
16. Nelson G.S. A User-Friendly Introduction to Lebesgue Measure and Integration. – Providence, Rhode Island, American Mathematical Society, 2015. – 233 p.

Викладач



Шарин С.В.