

Державний вищий навчальний заклад  
“Прикарпатський національний університет імені Василя  
Стефаника”

Факультет математики та інформатики

Кафедра алгебри та геометрії

## СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Теорія множин

(шифр і назва навчальної дисципліни)

Рівень освіти	Науково-освітній (доктор філософії)
	(назва рівня вищої освіти)
Галузь знань	11 — Математика та статистика
	(шифр і назва галузя)
Спеціальність(ості)	111 — Математика
	(шифр і назва спеціальності(ей))
Освітня програма	Математика
	(назва програми)

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №1 від 31.08.2020

## 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

<b>Назва дисципліни</b>	Теорія множин
<b>Викладач(-і)</b>	Никифорчин О.Р.
<b>Контактний телефон викладача</b>	59-60-16
<b>E-mail викладача</b>	oleh.nykyforchyn@pnu.edu.ua
<b>Формат дисципліни</b>	Лекції та лабораторні заняття
<b>Обсяг дисципліни</b>	3 кредити
<b>Посилання на сайт дистанційного навчання</b>	d-learn.pnu.edu.ua
<b>Консультації</b>	Середа, 16 <sup>00</sup>

## 2. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**2.1. Мета викладання дисципліни.** Поняття множини – одне з основних, якщо не основне, поняття математики, тому розвиток кожної, без винятку, математичної дисципліни напряду залежить від розвитку теорії множини. Довгий час вважалося, що множинами є довільні сукупності об'єктів. Однак такий підхід до означення множин призвів до парадоксів. Щоб уникнути цих суперечностей поняття множини визначають аксіоматично. Формулюються деякі очевидні властивості множин у вигляді аксіом. Досвід показує, що практично всі поняття, які вживаються в сучасній математиці можуть бути визначені і їх властивості виводяться в цих аксіоматичних системах. В цьому сенсі аксіоматична теорія множин виступає міцною основою для інших галузей математики.

**2.2. Завдання вивчення дисципліни.** Основним завданням курсу є розглянути аксіоматичну теорію множин Цермело-Френкеля, яка відображає властивості інтуїтивного уявлення про множини. На основі цієї аксіоматики здійснити природну формалізацію понять і доведень реальної класичної

математики, виділити особливу роль аксіоми вибору, її застосування в математиці і показати, як би виглядала математика без аксіоми вибору.

### 3. КОМПЕТЕНТНОСТІ

ЗК-1. Розуміння концептуальних і методологічних основ у галузі науково-дослідної та/або професійної діяльності і на межі предметних галузей.

ЗК-8. Здатність формувати дослідницьке поле власного наукового дослідження у відповідності до сучасної парадигми наукового знання.

ФК-1. Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької або практичної діяльності у сфері математики.

ФК-2. Здатність виявляти актуальні математичні проблеми і використовувати поглиблені знання з математики.

ФК-3. Здатність формулювати та доводити математичні твердження, вміти правильно формувати висновки.

ФК-5. Здатність реалізовувати знання з фундаментальних методів алгебри, математичної логіки, геометрії, топології, теорії ймовірності, статистики тощо у теоретичних дослідженнях та при розв'язанні конкретних прикладних задач.

ФК-8. Здатність вибирати правильний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв'язання конкретних дослідницьких задач.

### 4. РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

ПРН-3. Мати глибинні знання з наукового напрямку та широку ерудицію в галузі математики

ПРН-6. Застосовувати загальнофілософські та загальнонаукові принципи та методи досліджень при виконанні власної дисертаційної роботи

ПРН-7. Критично сприймати та аналізувати існуючі думки й ідеї, формулювати власні гіпотези, шукати шляхи розв'язання наукових проблеми

ПРН-11. Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми

ПРН-12. Вміти самостійно розв'язувати складні математичні задачі, доводити теореми, будувати приклади

ПРН-14. Вміти аналізувати відомі математичні методи наукових досліджень та використовувати їх у подальшій науковій роботі

ПРН-24. Дотримуватися при формуванні дослідницького поля власного оригінального наукового дослідження засадничих принципів логіки наукового пізнання, використовувати релевантну дослідницьку методологію

### 5. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	20
Практичні	10
Лабораторні	
Самостійна робота	60

Ознаки дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс (рік навчання)	Семестр	Нормативна/вибіркова
111 — Математика, Математика	Доктор філософії	1-й	2-й	нормативна

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
<b>Семестр 2</b>						
<b>Змістовий модуль 1. Теорія множин і її застосування.</b>						

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 1. <i>Наївна теорія множин і її парадокси. Шляхи звільнення від суперечностей: виділення множин серед всіх класів та концепція "кроків".</i>	9	2	1			6
Тема 2. <i>Аксиоматика Цермело-Френкеля. Мова теорії множин. Праелементи та відмова від них. Аксиома об'ємності. Класи, множини і відношення "<math>\in</math>". Вживання класифікатора (класифікаційна схема аксіом).</i>	9	2	1			6
Тема 3. <i>Існування множин. Аксиома виділення. Поняття функції. Аксиома підстановки. Невпорядкована і впорядкована пара. Аксиома об'єднання і аксиома степеня. Декартів добуток і відношення.</i>	9	2	1			6
Тема 4. <i>Боротьба з парадоксом Рассела. Аксиома регулярності. Мінімальні елементи, фундовані множини і квазідоведення аксіоми регулярності. Застосування аксіоми регулярності.</i>	9	2	1			6
Тема 5. <i>Операція слідування, її ін'єктивність та відсутність нерухомих точок. Індуктивні множини та аксиома нескінченності. Аксиоми Пеано і побудова множини натуральних чисел. Означення арифметичних операцій.</i>	9	2	1			6
Тема 6. <i>Скінченні, злічені і незлічені множини.</i>	9	2	1			6
Тема 7. <i>Транзитивні множини і ординали. Лінійне впорядкування ординалів. Трансфінітна індукція. Індуктивні означення. Строге означення "кроків".</i>	9	2	1			6
Тема 8. <i>Аксиома вибору. Функція вибору. Твердження, рівносильні до аксіоми вибору. Кардинали.</i>	9	2	1			6

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 9. Застосування аксіоми вибору. Зліченність зліченного об'єднання злічених множин. Існування декартового добутку довільної кількості множин. Існування бази Гамеля в довільному лінійному просторі. Теорема Гана-Банаха.	13	4	1			8
Тема 10. Виконання домашньої контрольної роботи.	5		1			4
Всього за модуль:	90	20	10			60
Всього за семестр:	90	20	10			60
Усього годин:	90	20	10			60

## 6. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Володіння матеріалом дисципліни аспіранти виявляють при виконанні домашньої контрольної роботи, оціненої у 50 балів. Ще 50 балів вони здобувають під час її захисту.

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	добре
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	достатньо
1 – 49	FX	незадовільно

## 7. ПОЛІТИКА КУРСУ

Самостійне та своєчасне виконання завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і

можливостей). Важливим є надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності та посилення на джерела інформації у разі використання запозичених ідей, відомостей, розробок.

Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба) навчання може відбуватись індивідуально (за погодженням із деканом факультету).

#### 8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Справочная книга по математической логике: в 4-х частях / Под ред. Дж. Барвайса. – Ч. II. Теория множеств: пер. с англ. – М.: Наука, 1982. – 376 с.
2. Келли Дж. Л. Общая топология. – М.: Наука, 1968. – 384 с.
3. Кострикин А.И., Манин В.Ю. Линейная алгебра и геометрия. – М.: Наука, 1986.
4. Hrbacek K., Jech T. Introduction to Set Theory. – New York: Springer, 1999. – 283 p.
5. Kechris A. Classical Descriptive Set Theory. – New York: Springer, 1995. – 402 p.

Викладач



Никифорчин О.Р.