

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДВНЗ «ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА»**

Факультет математики та інформатики  
Кафедра математичного і функціонального аналізу

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Поглиблені розділи теорії міри**

Освітньо-наукова програма Математика

Спеціальність 111 Математика

Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол № 1 від 27 серпня 2020 р.

м. Івано-Франківськ - 2020

## ЗМІСТ

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Компетентності
5. Результати навчання
6. Організація навчання курсу
7. Система оцінювання курсу
8. Політика курсу
9. Рекомендована література

<b>1. Загальна інформація</b>	
<b>Назва дисципліни</b>	Поглиблені розділи теорії міри
<b>Рівень вищої освіти</b>	Третій освітньо-науковий
<b>Викладач (-і)</b>	д. фіз.-мат. н., проф. Шарин С.В.
<b>Контактний телефон викладача</b>	+38 (095) 700 52 88
<b>Е-mail викладача</b>	serhii.sharyn@pnu.edu.ua
<b>Формат дисципліни</b>	Очний
<b>Обсяг дисципліни</b>	3 кредити ECTS
<b>Посилання на сайт дистанційного навчання</b>	<a href="https://d-learn.pnu.edu.ua/index.php?mod=course&amp;action=ReviewOneCourse&amp;id_cat=109&amp;id_cou=8748">https://d-learn.pnu.edu.ua/index.php?mod=course&amp;action=ReviewOneCourse&amp;id_cat=109&amp;id_cou=8748</a>
<b>Консультації</b>	Очні та/або онлайн консультації: згідно з розкладом консультацій
<b>2. Анотація до курсу</b>	
<p>“Поглиблені розділи теорії міри” є дисципліною циклу професійно-наукової підготовки навчального плану, яка сприяє підготовці аспірантів для написання наукових досліджень. Аспіранти отримують теоретико-методичні та практичні навички у теорії міри, які не розглядаються у базових курсах бакалаврату і магістратури.</p>	
<b>3. Мета та цілі курсу</b>	
<p><b>Метою</b> дисципліни є доповнення вивчених раніше розділів функціонального аналізу та теорії міри і інтеграла Лебега розділами теорії міри поглибленого змісту.</p> <p><b>Цілями</b> даної дисципліни є надання аспірантам знань, які дадуть їм можливість зрозуміти поглиблені розділи теорії міри, які не розглядаються або розглядаються недостатньо у базових курсах, зокрема, окрему увагу у курсі приділено функції Кантора, інтегралу по множині нескінченної міри, добуткам мір.</p>	
<b>4. Компетентності</b>	
<p>У результаті вивчення навчальної дисципліни аспірант повинен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– бути здатним аналізувати інформацію подану в різних наукових джерелах, формувати на їхньому тлі власну дослідницьку позицію та професійно вести наукову дискусію (<b>ЗК-12</b>);</li> <li>– мати знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької або практичної діяльності у сфері математики, зокрема з функціонального аналізу (<b>ФК-1</b>);</li> <li>– мати здатність виявляти актуальні математичні проблеми і використовувати поглиблені знання з математики, зокрема з функціонального аналізу (<b>ФК-2</b>);</li> <li>– мати здатність реалізовувати знання з фундаментальних методів математичного, комплексного та функціонального аналізу у теоретичних дослідженнях та при розв’язанні конкретних прикладних задач (<b>ФК-5</b>);</li> <li>– мати здатність вибирати правильний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв’язання конкретних дослідницьких задач (<b>ФК-8</b>).</li> </ul>	
<b>5. Результати навчання</b>	
<p>У результаті вивчення навчальної дисципліни аспірант повинен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– мати глибинні знання з наукового напрямку та широку ерудицію в галузі математики, зокрема з функціонального аналізу (<b>ПРН-3</b>);</li> <li>– проводити математичне та аналітичне моделювання, здійснювати аналітичні обчислення або чисельні розрахунки, порівняння їх результатів із</li> </ul>	

експериментальними даними для найбільш повного опису властивостей досліджуваних систем (ПРН-5);
– критично сприймати та аналізувати існуючі думки й ідеї, формулювати власні гіпотези, шукати шляхи розв'язання наукових проблем (ПРН-7);
– вміти виявляти, ставити та вирішувати проблеми (ПРН-11);
– вміти самостійно розв'язувати складні математичні задачі, доводити теореми, будувати приклади (ПРН-12);
– вміти аналізувати відомі математичні методи наукових досліджень та використовувати їх у подальшій науковій роботі (ПРН-14).

### 6. Організація навчання курсу

Обсяг курсу - 90 год.

Вид заняття	Загальна кількість годин
лекції	20
практичні заняття	10
самостійна робота	60

Ознаки курсу

Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Нормативний / вибірковий
II	111 математика	перший	обов'язковий

### Тематика курсу

Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
<b>Тема 1. Вступ до поняття міри.</b> Означення, властивості, основні теореми.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал	1	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 2. Побудова та продовження мір.</b> Алгебри, $\sigma$ -алгебри. Адитивність та зліченна адитивність мір. Зовнішня міра та лебегове продовження міри. Міра Лебега, міра Лебега-Стілтєса.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал	1	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 3. Операції над мірами.</b> Добутки просторів з мірами. Теорема Фубіні. Нескінченні добутки мір.	Лекція	[1,2,4,6,7,9,11,14,16]	Опрацювати лекційний матеріал	1	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 3. Операції над мірами.</b> Добутки просторів з мірами. Теорема Фубіні. Нескінченні добутки мір.	Лекція	[1,2,4,6,7,9,11,14,16]	Опрацювати лекційний матеріал	1	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 4. Спеціальні приклади вимірних та невимірних множин.</b> Канторова множина. Функція Кантора. Узагальнення.	Лекція	[1,2,4,6,7,9,11,14,16]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	1	До наступного заняття за розкладом

<b>Тема 5. Спеціальні приклади вимірних та невимірних множин.</b> Канторова множина. Функція Кантора. Узагальнення.	Практичне заняття	[3,4,6,7,9,13,14,16]	Розв'язати завдання на занятті та зробити домашнє завдання	5	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 6. Інтеграл Лебега.</b> Вимірні функції. Означення та властивості інтеграла Лебега.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал, підготувати ся до практичного заняття	1	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 6. Інтеграл Лебега.</b> Вимірні функції. Означення та властивості інтеграла Лебега.	Практичне заняття	[1-16]	Розв'язати завдання на занятті та зробити домашнє завдання	5	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 8. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.</b> Теорема Лебега про обмежену збіжність.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал, підготувати ся до практичного заняття	1	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 8. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.</b> Теорема Лебега про обмежену збіжність.	Практичне заняття	[1-16]	Розв'язати завдання на занятті та зробити домашнє завдання	5	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 8. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.</b> Теорема Беппо-Леві про монотонну збіжність. Лема Фату.	Лекція	[1-16]	Опрацювати лекційний матеріал, підготувати ся до практичного заняття	1	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 8. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.</b> Теорема Беппо-Леві про монотонну збіжність. Лема Фату.	Практичне заняття	[1-16]	Розв'язати завдання на занятті та зробити домашнє завдання	5	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 9. Інтеграл по множині нескінченної</b>	Лекція	[1-16]	Опрацювати	1	До наступного

міри. властивості.	Означення та		лекційний матеріал		заняття за розкладом
Тема 9. множині міри.	Інтеграл по нескінченній множині	Лекція	[1-16]	Опрацюват и лекційний матеріал	1
Теорема про граничний перехід під знаком інтеграла на множині нескінченної міри.					До наступного заняття за розкладом
Підсумкове заняття	практичне заняття		[1-16]	Контрольн а робота	20
					Відповідно до розкладу

7. Система оцінювання курсу	
Загальна система оцінювання курсу	<p><b>100 бальна</b> – 50 балів протягом семестру та 50 балів за екзамен;</p> <p><b>“відмінно”</b> – студент демонструє повні і глибокі знання навчального матеріалу, достовірний рівень розвитку умінь та навичок, правильне й обґрунтоване формулювання практичних висновків, наводить повний обґрунтований розв’язок прикладів та задач, аналізує причинно-наслідкові зв’язки; вільно володіє науковими термінами;</p> <p><b>“добре”</b> – студент демонструє повні знання навчального матеріалу, але допускає незначні пропуски фактичного матеріалу, вміє застосувати його до розв’язання конкретних прикладів та задач, у деяких випадках нечітко формулює загалом правильні відповіді, допускає окремі несуттєві помилки та неточності в розв’язках;</p> <p><b>“задовільно”</b> – студент володіє більшою частиною фактичного матеріалу, але викладає його не досить послідовно і логічно, допускає істотні пропуски у відповідях, не завжди вміє правильно застосувати набуті знання до розв’язання конкретних прикладів та задач, нечітко, а інколи й невірно формулює основні твердження та причинно-наслідкові зв’язки;</p> <p><b>“незадовільно”</b> – студент не володіє достатнім рівнем необхідних знань, умінь, навичок, науковими термінами.</p>
Практичні заняття	Практичне заняття проводиться з метою формування у студентів умінь і навичок з предмету для вирішення сформульованих завдань. На практичних заняттях передбачається попередній контроль знань аспірантів. Оцінки за практичні заняття враховуються при виставленні підсумкової оцінки з дисципліни.
Умови допуску до підсумкового контролю	<ul style="list-style-type: none"> <li>– оцінка за поточне тестування (10 балів);</li> <li>– оцінка за відповіді на всі основні та додаткові запитання під час аудиторних занять (10 балів);</li> <li>– оцінка за контрольну роботу (20 балів);</li> <li>– оцінка за самостійну роботу (10 балів).</li> </ul>
8. Політика курсу	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей);</li> <li>- посилання на джерела інформації у разі використання ідей, розробок, тверджень, відомостей;</li> <li>- надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використані методики досліджень і джерела інформації.</li> </ul> <p>Засвоєння теми пропущеної лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується аспірантом у вигляді співбесіди. Пропущені практичні заняття,</p>	

незалежно від причини пропуску, аспірант відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні „2”, отримані аспірантом під час засвоєння відповідної теми на практичному занятті перескладаються викладачеві, який веде заняття, до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

#### 9. Рекомендована література

1. Богачев В.И. Основы теории меры. Т.1. – Москва-Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2003. – 544 с.
2. Богачев В.И. Основы теории меры. Т.2. – Москва-Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2003. – 576 с.
3. Гелбаум Б., Олмстед Дж. Контрпримеры в анализе. – М.: Мир, 1967. – 251с.
4. Дороговцев А.Я. Элементы общей теории меры и интеграла. К.: Вища школа, 1989. – 152с.
5. Камке Е. Интеграл Лебега-Стилтьеса. – М.: Физматгиз, 1959. – 328с.
6. Кужель О.В. Вступ до теорії міри та інтеграла. – Київ: НМК ВО, 1991. – 190с.
7. Лянце В., Кудрик Т., Чуйко Г. Лекції з теорії міри та інтеграла Лебега. – Львів: ЛНУ ім. І.Франка, 1999. – 112с.
8. Лянце В.Е., Федик М.М., Чуйко Г.І. Интеграл Лебега. – Львів: ЛДУ, 1990. – 72с.
9. Маслюченко В.К. Лекції з теорії міри та інтеграла. Част. 1. – Чернівці: Рута, 2011. – 156 с.
10. Маслюченко В.К. Лекції з теорії міри та інтеграла. Част. 2. – Чернівці: Рута, 2011. – 176 с.
11. Соболев В.И. Лекции по дополнительным главам математического анализа. – М.: Наука, 1968. – 288с.
12. Сторож О., Кудрик Т., Сущик Н. Додаткові розділи теорії міри і функціонального аналізу. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2018. – 198с.
13. Толстов Г.П. Мера и интеграл. – М.: Наука, 1976. – 392с.
14. Федак І.В. Функціональний аналіз. – Ів.-Франківськ: 2009. – 120с.
15. Халмош П. Теория меры. – М.: ИЛ, 1953. – 291с.
16. Nelson G.S. A User-Friendly Introduction to Lebesgue Measure and Integration. – Providence, Rhode Island, American Mathematical Society, 2015. – 233 p.

Викладач



Шарин С.В.