

**Програмові вимоги до екзамену
зі спецкурсу
«Поліноми в аналізі та комбінаториці»
для аспірантів II-го року навчання
за спеціальністю 111 Математика.**

1. Означення абстрактних поліномів в лінійному просторі, властивості.
2. Поляризаційна формула.
3. Формула Мартіна.
4. Поліноми і нелінійні відображення в нормованих просторах.
Неперервність та обмеженість.
5. Поляризаційна нерівність.
6. Симетричні поліноми (на скінченновимірних просторах та просторі ℓ_1).
7. Формули Ньютона, формули Варінга.
8. Блочно-симетричні поліноми.
9. Теорема про нулі симетричних та блочно-симетричних поліномів.

Рекомендована література.

1. Dineen S. Complex Analysis in Locally Convex Spaces. North-Holland, Amsterdam, New York, Oxford: Mathematics Studies, 1981.
2. Dineen S. Complex Analysis on Infinite Dimensional Spaces. New York: Monographs in Mathematics, 1999.
3. Mujica J. Complex Analysis in Banach Spaces. North-Holland, Amsterdam, New York, Oxford, 1986.

**Програмові вимоги до екзамену
зі спецкурсу
«Стохастичний аналіз»
для аспірантів II-го року навчання
за спеціальністю 111 Математика.**

1. Умовне математичне сподівання.
2. Потoki сiґма-алгебр. Моменти зупинки.
3. Мартингали. Розклад Дуба-Мейера.
4. Вінерів процес. Мартингальна характеристика вінерового процесу.
5. Стохастичне інтегрування відносно мартингалів та локальних мартингалів.
6. Інтеграл Іто за вінеровим процесом. Властивості.
7. Формула Іто в одновимірному випадку.
8. Формула Іто в багатовимірних випадках. Загальний запис формули Іто.
9. Стохастичні диференціальні рівняння.
10. Теорема про існування розв'язку (сильного) стохастичного диференціального рівняння.
11. Сильна та слабка єдиність розв'язку стохастичного диференціального рівняння. Достатні умови сильної єдиності.
12. Теорема про існування розв'язку (сильного) стохастичного диференціального рівняння.
13. Експоненціальна формула і теорема Гірсанова.
14. Слабкі розв'язки стохастичних диференціальних рівнянь.
15. Дифузійні процеси.

Рекомендована література.

1. Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения: М.: Мир, ООО «Издательство АСТ», 2003. – 408 с.
2. Леоненко М.М., Мішура Ю.С., Пархоменко В.М., Ядренко М.Й. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці К.: Інформтехніка, 1995.
3. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Т. 1, 2 М.: Фазис, 1998.
4. Гусак Д.В., Кулик О.М., Мішура Ю.С., Пилипенко А.Ю. Збірник задач з теорії випадкових процесів та її застосувань у фінансовій математиці та теорії ризику К.: Вид.-поліграф. Центр «Київський університет», 2008. – 287 с.

Програмові вимоги
до предмету “Геометрична топологія”
для аспірантів 2-го року навчання
освітньої програми “Математика” спеціальності 111 Математика

1. Локально евклідові простори.
2. Топологічні многовиди.
3. Диференційовні многовиди.
4. Функції на многовидах. Дифеоморфізми.
5. Відображення між диференційовними многовидами та їх локальна будова.
6. Дотичний простір до диференційовного многовиду. Дотичне розшарування.
7. Операції, що призводять до нескінченновимірних просторів. Топологічні добутки, прямі і зворотні спектри.
8. Простори Q , ℓ^2 , s , \mathbb{R}^∞ , Q^∞ .
9. Елементи теорії ретрактів. Абсолютні ретракти та абсолютні околові ретракти.
10. \mathbb{R}^∞ -многовиди, Q^∞ -многовиди та їх характеристикація.
11. Характеризація пари $(\mathbb{R}^\infty)^2$, \mathbb{R}^∞ .
12. Q -многовиди та їх характеристикація — теорема Торуньчика-Веста. Теорема Кертіса-Шорі-Веста як приклад застосування.
13. Теорема Келлера.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] T. Banach, T. Radul and M. Zarichnyi, Absorbing Sets in Infinite-Dimensional Manifolds, Math. Studies, Monog. Ser. 1 (VNTL Publ., Lviv, 1996).
- [2] T.A. Chapman, Lectures on Hilbert Cube Manifolds, CBMS Regional Conf. Ser. in Math. 28 (Amer. Math. Soc., Providence, 1975).
- [3] J. van Mill, Infinite-Dimensional Topology, Prerequisites and Introduction, North-Holland Math. Library 43, (Elsevier Sci. Publ. B.V., Amsterdam, 1989).

- [4] K. Sakai, *Topology of Infinite-Dimensional Manifolds*, Springer Nature (Springer Japan, 2020).
- [5] Келли Дж. Л. *Общая топология*. – М.: Наука, 1968. – 384 с.
- [6] Никифорчин О.Р. *Елементи загальної топології*. — Івано-Франківськ, ПрНУ, 2015.
- [7] Федорчук В.В., Филиппов В.В. *Общая топология : основные конструкции*. — М., МГУ, 1988.

**Програмові вимоги
до предмету “Теорія категорій”
для аспірантів 2-го року навчання
освітньої програми “Математика” спеціальності 111 Математика**

1. Графи та категорії.
 - Графи
 - Множини і відображення
 - Поняття категорії
 - Приклади категорій
 - Морфізми графів. Діаграми
2. Способи утворення категорій.
 - Вільні моноїди і вільні категорії. Твірні і співвідношення
 - Протилежна категорія
 - Підкатегорії
 - Добутки категорій
 - Категорії стрілок
3. Властивості стрілок та об'єктів.
 - Початкові та кінцеві об'єкти
 - Скоротні зліва чи справа стрілки
 - Оборотні зліва чи справа стрілки
 - Ізоморфізми
4. Границі як універсальні конуси.
 - Конуси та їх комутативність
 - Універсальність
 - Добутки
 - Зрівнювачі
 - Пуллбеки
5. Єдиність та існування границь. Повнота категорій.
 - Категорія конусів
 - Границя діаграми як кінцевий об'єкт
 - Існування скінченних границь

- Існування границь довільних діаграм
6. Кограниці.
- Коконуси та їх комутативність
 - Категорія коконусів. Поняття кограниці
 - Суми (кодобутки)
 - Козрівнювачі і пушаути
 - Існування кограниць
7. Функтори.
- Поняття функтора та приклади
 - Контраваріантні функтори
 - Властивості функторів
 - Композиції функторів. Категорія малих категорій
8. Природні перетворення.
- Поняття природного перетворення
 - Композиція природних перетворень. Категорія функторів
 - Ізоморфні функтори
 - Множення природних перетворень на функтори та між собою
 - Еквівалентність категорій
9. Вільні об'єкти.
- Поняття і вільного об'єкта. Приклади
 - Існування вільних об'єктів
 - Збереження границь функторами та існування розв'язуючих множин
 - Єдиність вільних об'єктів
10. Спряжені функтори.
- Ном-функтори
 - Представні функтори і вільні об'єкти
 - Функтор вільного об'єкта
 - Означення і побудова спряжених функторів
 - Симетричність означення спряженості. Одиниця і коодиниця спряження
 - Спряженість у теорії порядку

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Awodey S. *Category Theory, Oxford Logic Guides*, Oxford University Press, 2010. — 311 pp.
- [2] Barr M., Wells Ch. *Category Theory for Computing Science, Reprints in Theory and Applications of Categories*, 22, 2012. — 538 pp. Доступ 03.06.2020 : <http://www.tac.mta.ca/tac/reprints/articles/22/tr22.pdf>
- [3] Barr M., Wells Ch. *Toposes, Triples and Theories, Reprints in Theory and Applications of Categories*, 12, 2005. — 288 pp. Доступ 03.06.2020 : <http://www.tac.mta.ca/tac/reprints/articles/12/tr12.pdf>
- [4] Eilenberg S., Mac Lane S. *General Theory of Natural Equivalences. Transactions of the American Mathematical Society* 58(2) (1945), 231–294.
- [5] Leinster T. *Basic Category Theory, Cambridge Studies for Advanced Mathematics*, 143, Cambridge University Press, Cambridge, 2014. — 183 pp. Доступ 03.06.2020 : <https://arxiv.org/pdf/1612.09375>
- [6] Mac Lane S. *Categories for the Working Mathematician, Graduate Texts in Mathematics*, 5 (2nd ed.), Springer-Verlag, New York etc, 1998. — 460 pp. (Російський переклад : Маклейн С. Категорії для працюючого математика. М.: Физматлит, 2004. — 350 с.)
- [7] Streicher Th. *Introduction to Category Theory and Categorical Logic. Lecture notes for courses in summer term 2003 and winter term 2003/04.* — 116 pp. Доступ 03.06.2020 : <https://www2.mathematik.tu-darmstadt.de/~streicher/CTCL.pdf>
- [8] Walters R.F.C. *Categories and Computer Science, Cambridge Computer Science Texts*, 28, Cambridge University Press, Cambridge, New York etc, 1992. — 177 pp.
- [9] Вавилов Н.А., Лузгарев А.Ю. *Теория категорий. Конспект лекций*, 2012. — 69 с. Доступ 03.06.2020 : <http://cadadr.org/notes/categories.pdf>
- [10] Букур И., Деляну А. *Введение в теорию категорий и функторов*. М.: Мир, 1972. — 259 с.