

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДВНЗ «ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА»

Факультет/інститут математики та інформатики

Кафедра математичного і функціонального аналізу

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Аксиоматична теорія множин

Освітня програма Математика

Спеціальність 111 Математика

Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № 1 від “27” серпня 2020 р.

м. Івано-Франківськ - 2020

ЗМІСТ

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Компетентності
5. Результати навчання
6. Організація навчання курсу
7. Система оцінювання курсу
8. Політика курсу
9. Рекомендована література

1. Загальна інформація	
Назва дисципліни	Аксіоматична теорія множин
Рівень вищої освіти	Третій (доктор філософії) рівень вищої освіти
Викладач (-і)	док.фіз.-мат.н., проф. Попов М.М.
Контактний телефон викладача	+38(095)7495919
E-mail викладача	misham.popov@gmail.com
Формат дисципліни	Очний
Обсяг дисципліни	3 кредити ECTS
Посилання на сайт дистанційного навчання	https://d-learn.pnu.edu.ua
Консультації	Очні консультації: згідно розкладу консультацій
2. Анотація до курсу	
<p>Доведення результатів про незалежність тверджень від аксіом теорії множин стає вже звичним явищем як для топологів, так і для спеціалістів з функціонального аналізу. Даний спецкурс надає необхідну підготовку до отримання такого сорту результатів. Від слухачів вимагається попередні знання зі спецкурсу «Теорія множин».</p>	
3. Мета та цілі курсу	
<p>Мета навчальної дисципліни полягає в оволодінні майбутніми спеціалістами аксіоматичним підходом до поняття множини в математиці. Усвідомлення того, що вся математика може бути побудованою, виходячи з порожньої множини за допомогою чітких правил побудови нових множин, є просуванням на новий рівень знань і відкриває молодому математику шлях до нових потужних методів дослідження.</p> <p>Завдання навчальної дисципліни: засвоєння аспірантами аксіоматичної системи аксіом Цермело-Френкеля на підставі необхідних знань з математичної логіки, теорії ординалів, кардиналів, початок теорії моделей та ідеї методу форсингу доведення результатів про незалежність.</p> <p>У результаті вивчення навчальної дисципліни аспірант повинен:</p> <p>знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> - логічні аксіоми теорії множин та аксіоми Цермело-Френкеля; - ординали, кардинали, регулярні множини; - транзитивні моделі та абсолютні формули; - булевозначні моделі та метод форсингу; <p>вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> - доводити прості твердження про ординали; - будувати приклади моделей окремих аксіом; - доводити абсолютність простих формул. 	
4. Компетентності	
<p>Загальні компетентності (ЗК): ЗК-12. Здатність аналізувати інформацію подану в різних наукових джерелах, формувати на їхньому тлі власну дослідницьку позицію та професійно вести наукову дискусію</p> <p>Спеціальні (фахові, предметні) компетентності:</p>	

- ФК-1.** Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької або практичної діяльності у сфері математики
- ФК-2.** Здатність виявляти актуальні математичні проблеми і використовувати поглиблені знання з математики
- ФК-3.** Здатність формувати та доводити математичні твердження, вміти правильно формувати висновки
- ФК-4.** Здатність реалізовувати знання з фундаментальних методів математичного, комплексного та функціонального аналізу у теоретичних дослідженнях та при розв'язанні конкретних прикладних задач
- ФК-8.** Здатність вибирати правильний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв'язання конкретних дослідницьких задач

5. Результати навчання

ПРН-3. Мати глибинні знання з наукового напрямку та широку ерудицію в галузі математики

ПРН-7. Критично сприймати та аналізувати існуючі думки й ідеї, формулювати власні гіпотези, шукати шляхи розв'язання наукових проблеми

ПРН-11. Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми

ПРН-12. Вміти самостійно розв'язувати складні математичні задачі, доводити теореми, будувати приклади

ПРН-14. Вміти аналізувати відомі математичні методи наукових досліджень та використовувати їх у подальшій науковій роботі

6. Організація навчання курсу

Обсяг курсу

Вид заняття	Загальна кількість годин
лекції	20
семінарські заняття / практичні / лабораторні	10
самостійна робота	60

Ознаки курсу

Семе стр	Спеціальні сть	Курс (рік навчанн я)	Нормативний / вибірковий
III	111 Математика	II (Аспіран тура)	Вибіркова

Тематика курсу

Тема, план	Форма заняття	Літе-ра тура	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконан -ня
Тема 1. Теорії першого порядку. Синтаксис теорії множин. Символи теорії першого порядку. Терми і формули. Інтерпретації та моделі. Формули та класи в теорії множин. Логічні	Лекція, практичне заняття	[1]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття		До наступного заняття за розкладом

аксіоми. Теорема Льовенгейма-Скулема.					
Тема 2. Аксіоми ZFC. Нагадування про аксіоми, ординали і регулярні множини. Перша теорема фон Неймана ($V=Π$). Розв'язування задач про ординали.	Лекція, практичне заняття	[2-9]			До наступного заняття за розкладом
Контрольна робота	Контрольна робота	[2-9]			Згідно розкладу
Тема 3. Транзитивні моделі. Абсолютні формули та операції. Сумісність аксіоми регулярності (друга теорема фон Неймана) і теорема Мостовського про ізоморфізм.	Лекція, практичне заняття	[3,6,9]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття, розв'язати задачі		До наступного заняття за розкладом
Тема 4. Метод форсингу. Геделівські операції та ординальна визначеність. Ультрастепені і теорема Скотта. Повні булеві алгебри. Метод форсингу та булевозначні моделі.	Лекція, практичне заняття	[3,9]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття, розв'язати задачі		До наступного заняття за розкладом
Контрольна робота	Контрольна робота	[3,6,9]			Згідно розкладу

7. Система оцінювання курсу

Загальна система оцінювання курсу	<p>100 бальна: 50 балів – допуск до екзамені протягом роботи на парах. 50 балів – екзамен.</p> <p>Критерії оцінювання знань, умінь і навичок студентів: 90 – 100 (відмінно) – студент демонструє повні і глибокі знання навчального матеріалу, достовірний рівень розвитку умінь та навичок, правильне й обґрунтоване формулювання практичних висновків, наводить повний обґрунтований розв'язок прикладів та задач, аналізує причинно-наслідкові зв'язки; вільно володіє науковими термінами; 70 – 89 (добре) – студент демонструє повні знання навчального матеріалу, але допускає незначні пропуски фактичного матеріалу, вміє застосувати його до розв'язання конкретних прикладів та задач, у деяких випадках нечітко формулює загалом правильні відповіді, допускає окремі несуттєві помилки та неточності розв'язках; 50 – 69 (задовільно) – студент володіє більшою частиною фактичного матеріалу, але викладає його не досить послідовно і логічно, допускає</p>
-----------------------------------	---

	істотні пропуски у відповіді, не завжди вміє правильно застосувати набуті знання до розв'язання конкретних прикладів та задач, нечітко, а інколи й невірно формулює основні твердження та причинно-наслідкові зв'язки; 0 – 49 (незадовільно) – студент не володіє достатнім рівнем необхідних знань, умінь, навичок, науковими термінами.
Вимоги до письмової роботи	Відповідно до навчального плану, студент виконує дві контрольних роботи протягом семестру, які є допуском до складання іспиту. Головна її мета – перевірка самостійної роботи студентів в процесі навчання, виявлення ступеня засвоєння ними теоретичних положень курсу. При розв'язанні задач студент має детально вказувати, яким саме був хід його роздумів, якими формулами він користувався.
Семінарські заняття	-
Умови допуску до підсумкового контролю	– оцінка за поточне тестування (10 балів); – оцінка за відповіді на всі основні та додаткові запитання під час аудиторних занять (15 балів); – оцінка за контрольну роботу (15 балів); оцінка за самостійну роботу (10 балів).
8. Політика курсу	
<p>- самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей);</p> <p>- посилання на джерела інформації у разі використання ідей, розробок, тверджень, відомостей;</p> <p>- надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використані методики досліджень і джерела інформації.</p> <p>Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом відповідно до вимог кафедри, що встановлені на засіданні кафедри (співбесіда, реферат тощо).</p> <p>Пропущені практичні, семінарські та лабораторні заняття, незалежно від причини пропуску, студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні „2”, отримані студентом під час засвоєння відповідної теми на практичному, семінарському та лабораторному занятті перекладаються викладачу, який веде заняття до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.</p>	
9. Рекомендована література	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Справочная книга по математической логике. Часть I: Теория моделей (под редакцией Барвайса Дж.). Москва: Наука, 1982. – 392 с. 2. Справочная книга по математической логике. Часть II: Теория множеств (под редакцией Барвайса Дж.). Москва: Наука, 1982. – 376 с. 3. Йех Т. Теория множеств и метод форсинга. – Москва: Мир, 1973. – 212 с. 4. Кановой В.Г. Аксиома выбора и аксиома детерминированности. – Москва: Наука, 1984. – 65 с. 5. Маслюченко В.К. Элементы теории множин / Чернівці : Рута. – 2002. – 132 с. 6. Попов М.М. Аксиоматична теорія множин. Частина I. Система аксіом ZFC і вступ до теорії моделей / Чернівці : Рута. – 2011. – 80 с. 7. Попов М.М. Короткий курс математичної логіки та аксіоматичної теорії множин. – Online підручник: http://kafedra.schoolsite.org.ua/Personal/ML3.pdf 8. Jech Th. Set Theory. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 2006. – 769p. 9. Kunen K. Set theory. An introduction to independence proofs. Amsterdam: North-Holland, 1995. – 313 p. 	

10. Roitman J. Introduction to modern set theory. New York: Wiley-Interscience Publication, 1991. – 156 p.

Викладач



Попов М.М.