

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА**

Факультет математики та інформатики

Кафедра математичного та функціонального аналізу

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Елементи теорії узагальнених функцій**

Освітня програма Математика

Спеціальність 111 Математика

Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол №\_\_ від \_\_.\_\_.20\_\_ р.

## **ЗМІСТ**

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Загальні і фахові компетентності
5. Програмні результати навчання
6. Організація навчання курсу
7. Система оцінювання курсу
8. Політика курсу
9. Рекомендована література

<b>1. Загальна інформація</b>	
<b>Назва дисципліни</b>	Елементи теорії узагальнених функцій
<b>Рівень вищої освіти</b>	Освітній рівень бакалавра, I-й рівень вищої освіти
<b>Викладач (-і)</b>	к.ф.-м.н., доцент Соломко Андрій Васильович
<b>Контактний телефон викладача</b>	тел. моб. 095-82-40-257, тел. роб. 0342-59-61-08
<b>Е-mail викладача</b>	<a href="mailto:andrii.solomko@pnu.edu.ua">andrii.solomko@pnu.edu.ua</a>
<b>Формат дисципліни</b>	очний
<b>Обсяг дисципліни</b>	3 кредити ЄКТС
<b>Посилання на сайт дистанційного навчання</b>	<a href="https://d-learn.pro">https://d-learn.pro</a>
<b>Консультації</b>	очні консультації: згідно розкладу консультацій
<b>2. Анотація до курсу</b>	
<p>Курс «Елементи теорії узагальнених функцій» є дисципліною з циклу професійної підготовки (вибіркові дисципліни за вибором студента) для спеціальності 111 Математика (освітня програма – Математика) факультету математики та інформатики, за якою вчаться студенти факультету освітнього рівня бакалавра денної форми навчання.</p> <p>Послідовність вивчення тем, розподіл матеріалу, методичні шляхи та організаційні форми навчання можуть бути змінені лектором за узгодженням з кафедрою та врахуванням предметних зв'язків із суміжними навчальними дисциплінами.</p>	
<b>3. Мета та цілі курсу</b>	
<p><b>Мета:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту і здатності до логічного і алгоритмічного мислення;</li> <li>– ознайомлення з основними поняттями з теорії просторів основних та узагальнених функцій;</li> <li>– навчання студентів основних математичних методів в просторах узагальнених функцій;</li> <li>– ознайомлення з поняттями фундаментальних розв'язків операторів в просторах узагальнених функцій, операціями прямого добутку та згортки, перетворення Фур'є та Лапласа згорткових алгебр розподілів;</li> <li>– вміння застосовувати теорію узагальнених функцій до розв'язування звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь з частинними похідними в просторах узагальнених функцій.</li> </ul> <p><b>Завдання:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навчання студентів теоретичним основам і методам з теорії узагальнених функцій та застосуванню цих методів для розв'язування різноманітних задач теоретичного та практичного характеру.</li> </ul> <p>У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен <b>знати:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основні означення теорії узагальнених функцій;</li> <li>– основні дії в просторах узагальнених функцій;</li> </ul>	

- означення прямого добутку та згортки двох узагальнених функцій;
- умови існування згортки та поняття згорткової алгебри;
- визначення перетворення Фур'є швидкоспадаючих функцій та повільно зростаючих розподілів;
- властивості перетворення Фур'є узагальнених функцій повільного росту;
- означення фундаментального розв'язку оператора в просторі узагальнених функцій;
- перетворення Лапласа узагальнених функцій повільного росту;

**вміти:**

- шукати границі послідовностей основних та узагальнених функцій;
- виконувати основні дії в просторі узагальнених функцій;
- знаходити похідні довільного порядку узагальнених функцій;
- розв'язувати звичайні диференціальні рівняння, використовуючи теореми про існування і єдиність розв'язків в просторах узагальнених функцій;
- знаходити прямий добуток та згортку узагальнених функцій;
- шукати перетворення Фур'є основних та узагальнених функцій;
- застосовувати перетворення Фур'є до побудови фундаментальних розв'язків операторів.

**4. Загальні і фахові компетентності**

ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК-2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК-7. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями

СК-1. Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

СК-3. Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.

СК-10. Здатність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символних розрахунків.

**5. Програмні результати навчання**

РН-3. Знати принципи *modus ponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modus tollens* (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень.

РН-10. Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.

РН-16. Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.

**6. Організація навчання курсу**

Обсяг курсу – 90 год.

Вид заняття	Загальна кількість годин
лекції	14
практичні	16
самостійна робота	60
Ознаки курсу	

Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Нормативний / вибірковий		
VI	111 Математика	третій	вибірковий		
Тематика курсу					
Тема, план	Форма заняття	Літера- тура	Завда- ння, год	Вага оцінки	Термін виконан ня
<b>Тема 1.</b> Необхідність розширення множини функцій. Опис фізичних величин за допомогою узагальнених функцій. Простори основних $D(R)$ та узагальнених функцій $D'(R)$ . Поняття регулярної та сингулярної узагальненої функції.	Лекція, Практичне заняття	[1], [4], [6], [10], [11]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,02	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 2.</b> Теорема дю Буа-Реймонда. Збіжність в просторі узагальнених функцій. Теорема про повноту простору $D'(R)$ . Основні дії в просторі узагальнених функцій. Диференціювання узагальнених функцій.	Лекція, Практичне заняття	[1], [4], [6], [10], [11]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,01	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 3.</b> Простори основних та узагальнених функцій багатьох змінних. Узагальнення основних операцій над узагальненими функціями на $n$ -вимірний випадок.	Лекція	[1], [4], [6], [10], [11]	Опрацювати лекційний матеріал	0,01	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 4.</b> Звичайні диференціальні рівняння та системи диференціальних рівнянь в просторі $D'(R)$ . Теореми про існування розв'язків в $D'(R)$ . Означення фундаментального розв'язку оператора $L\left(\frac{d}{dx}\right)$ в просторі $D'(R)$ . Опис фундаментальних розв'язків лінійних однорідних диференціальних рівнянь в $D'(R)$ .	Лекція, Практичне заняття	[1], [4], [6], [10], [11], [12]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,01	До наступного заняття за розкладом

<p><b>Тема 5.</b> Простір узагальнених функцій з компактними носіями <math>E'(R)</math>. Необхідна і достатня умова компактності носія узагальненої функції з простору <math>D'(R)</math>.</p>	<p>Лекція, Практичне заняття</p>	<p>[1], [4], [6], [10], [11]</p>	<p>Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття</p>	<p>0,01</p>	<p>До наступного заняття за розкладом</p>
<p><b>Тема 6.</b> Прямий добуток узагальнених функцій. Основні властивості операції прямого добутку. Згортка локально інтегровних функцій. Умови існування згортки в просторі <math>D'(R)</math>. Основні властивості операції згортки. Регуляризація узагальненої функції. Застосування операції згортки для побудови фундаментальних розв'язків диференціальних рівня. Згорткова алгебра <math>D'_+</math>.</p>	<p>Лекція, Практичне заняття</p>	<p>[1], [4], [6], [10], [11]</p>	<p>Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття</p>	<p>0,01</p>	<p>До наступного заняття за розкладом</p>
<p><b>Тема 7.</b> Простір швидкоспадаючих функцій <math>S(R)</math> та простір узагальнених функцій повільного росту <math>S'(R)</math>. Перетворення Фур'є швидкоспадаючих функцій <math>S(R)</math>. Неперервність операції перетворення Фур'є. Властивості. Перетворення Фур'є узагальнених функцій повільного росту <math>S'(R)</math>. Властивості перетворення Фур'є узагальнених функцій повільного росту.</p>	<p>Лекція, Практичне заняття</p>	<p>[1], [4], [6], [10], [11]</p>	<p>Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття</p>	<p>0,01</p>	<p>До наступного заняття за розкладом</p>
<p><b>Тема 8.</b> Застосування операції перетворення Фур'є для побудови фундаментального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння <math>n</math>-го порядку. Застосування перетворення Фур'є для побудови фундаментальних розв'язків хвильового оператора, оператора теплопровідності та оператора Лапласа.</p>	<p>Лекція, Практичне заняття</p>	<p>[1], [4], [6], [10], [11], [12]</p>	<p>Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття</p>	<p>0,02</p>	<p>До наступного заняття за розкладом</p>
<p><b>Контрольна робота №1</b></p>	<p>Контрольна робота</p>			<p>0,3</p>	<p>Згідно розкладу</p>

Колоквіум	Колоквіум		0,3	Згідно розкладу
Домашня контрольна робота	ДКР		0,3	Захист завдань
<b>7. Система оцінювання курсу</b>				
Загальна система оцінювання курсу	<p><b>100 бална</b> – 100 балів протягом семестру (залік);  <b>“відмінно”</b> – студент демонструє повні і глибокі знання навчального матеріалу, достовірний рівень розвитку умінь та навичок, правильне й обґрунтоване формулювання практичних висновків, наводить повний обґрунтований розв’язок прикладів та задач, аналізує причинно-наслідкові зв’язки; вільно володіє науковими термінами;  <b>“добре”</b> – студент демонструє повні знання навчального матеріалу, але допускає незначні пропуски фактичного матеріалу, вміє застосувати його до розв’язання конкретних прикладів та задач, у деяких випадках нечітко формулює загалом правильні відповіді, допускає окремі несуттєві помилки та неточності в розв’язках;  <b>“задовільно”</b> – студент володіє більшою частиною фактичного матеріалу, але викладає його не досить послідовно і логічно, допускає істотні пропуски у відповідях, не завжди вміє правильно застосувати набуті знання до розв’язання конкретних прикладів та задач, нечітко, а інколи й невірно формулює основні твердження та причинно-наслідкові зв’язки;  <b>“незадовільно”</b> – студент не володіє достатнім рівнем необхідних знань, умінь, навичок, науковими термінами.</p>			
Вимоги до письмової роботи	Відповідно до навчального плану, студент виконує поточну контрольну роботу, здає колоквіум і домашню контрольну роботу протягом семестру, які в сумі складають залікову оцінку. Головна її мета – перевірка самостійної роботи студентів в процесі навчання, виявлення ступеня засвоєння ними теоретичних положень курсу.			
Практичні заняття	Практичні заняття проводяться з метою формування у студентів умінь і навичок з предмету, вирішення сформульованих завдань, їх перевірка та оцінювання. За метою і структурою Практичне заняття є ланцюжком, який пов’язує теоретичне навчання і навчальну практику з дисципліни, а також передбачає попередній контроль знань студентів.			
Умови отримання залікової оцінки	<ul style="list-style-type: none"> <li>– оцінка за контрольну роботу №1 (30 балів);</li> <li>– оцінка з колоквіуму (30 балів);</li> <li>– оцінка за домашні завдання (40 балів).</li> </ul>			
<b>8. Політика курсу</b>				
<ul style="list-style-type: none"> <li>– самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей);</li> <li>– посилення на джерела інформації у разі використання ідей, розробок, тверджень,</li> </ul>				

відомостей;

- надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використанні методики досліджень і джерела інформації.

Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом відповідно до вимог кафедри, що встановлені на засіданні кафедри (співбесіда, реферат тощо).

Пропущені практичні заняття, незалежно від причини пропуску, студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні негативні оцінки, отримані студентом під час засвоєння відповідної теми на практичному занятті перескладаються викладачеві, який веде заняття до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

### 9. Рекомендована література

№ з/п	Автор (автори)	Назва	Видавництво, рік
<b>Основна література</b>			
1	Владимиров В.С.	Обобщенные функции в математической физике	М.: Наука, 1967.
2	Владимиров В.С. и др.	Многомерные тауберовы теоремы для обобщенных функций	М.: Наука, 1986.
3	Антосик П.	Теория обобщенных функций	М.: Мир, 1976.
4	Шилов Г.Е.	Математический анализ. Второй специальный курс	М.: Наука, 1965.
5	Шварц Лоран	Применение обобщенных функций к изучению элементарных частиц в релятивистской квантовой механике	М.: Изд-во Мир, 1964.
6	Городецький В.В., Нагнибіда М.І.	Узагальнені функції: теореми і задачі	К.: Інститут математики НАНУ, 1996. Ч.1-2.
7	Гельфанд І.М., Шилов Г.Е.	Обобщенные функции и действия над ними	М.: Физматлит, 1972.
<b>Додаткова література</b>			
8	Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.	Интегралы и ряды. Специальные функции	М.: Наука, 1983.
9	Владимиров В.С.	Обобщенные функции и их применение	М.: Знание, 1990.
10	Колмогоров А.М., Фомін С.В.	Елементи теорії функцій і функціонального аналізу	К.: Вища школа, 1974.
11	Соломко А.В., Шарин С.В.	Елементи теорії узагальнених функцій	Івано-Франківськ: Голіней О.М., 2012.
12	Хермандер Л.	Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными. Теория распределений и анализ Фурье	М.: Мир, 1986. Т.1

Викладач \_\_\_\_\_ Соломко А.В.