

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА**



Факультет математики та інформатики
Кафедра алгебри та геометрії

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Алгебро-топологічні структури

Рівень освіти _____ Науково-освітній (доктор філософії)
Освітня програма _____ Математика
Спеціальність(ості) _____ 111 — Математика
Галузь знань _____ 11 — Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №7 від 30.01.2024

1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

Назва дисципліни	Алгебро-топологічні структури
Викладач(-і)	Гаврилків В.М.
Контактний телефон викладача	59-60-16
Е-mail викладача	volodymyr.gavrylkiv@pnu.edu.ua
Формат дисципліни	Лекції та практичні заняття
Обсяг дисципліни	3 кредити
Посилання на сайт дистанційного навчання	d-learn.pnu.edu.ua
Консультації	Вівторок, 16 ⁰⁰

2. АНОТАЦІЯ ДО НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Навчальна дисципліна “Алгебро-топологічні структури” займає одне із центральних місць у системі професійної науково-предметної підготовки дослідника з математики. У цьому курсі вивчаються алгебраїчні та (ліво-, право-)топологічні напівгрупи, групи, кільця та поля, а також функтори в категоріях (топологічних) напівгруп та груп.

3. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Основною метою і завданням курсу “Алгебро-топологічні структури” є формування компетентного спеціаліста в області алгебро-топологічних структур, здатного застосовувати і розвивати основні положення і методи дисципліни у науковій і навчальній діяльності, самостійно аналізувати будову

алгебро-топологічних об'єктів, будувати математичні моделі, застосовувати апарат дисципліни до вивчення абстрактних алгебро-топологічних структур. Важливими завданнями є формування в аспірантів алгебраїчної, топологічної і теоретико-числової культури, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення аспірантів, забезпечення інформацією аспірантів щодо напрямків розвитку сучасної математики, формування вміння розв'язувати задачі з геометрії, аналізу, фізики, економіки, інформатики, використовуючи алгебро-топологічні методи.

У результаті вивчення навчальної дисципліни “Алгебро-топологічні структури” аспірант повинен

знати:

- основні твердження і теореми алгебро-топологічних структур;
- методи та алгоритми розв'язування задач з дисципліни;
- основні поняття дисципліни, зокрема такі як алгебраїчні та (ліво-, право-)топологічні напівгрупи, групи, кільця, поля, а також функтори в категоріях (топологічних) напівгруп та груп.

вміти:

- застосовувати стандартні методи і алгоритми алгебро-топологічних структур при розв'язуванні задач;
- наводити приклади, які демонструють сутність теоретичних понять, фактів або спростовують хибні твердження;
- перевіряти, чи є задана структура (топологічною) напівгрупою, групою, кільцем чи полем;
- знаходити підгрупи даної групи, серед них виділяти нормальні, будувати факторгрупи;
- описувати (топологічні) гоморфізми заданих напівгруп, груп, кілець та полів;

- встановлювати (топологічні) ізоморфізм напівгруп, груп, кілець та полів.

4. ПРОГРАМНІ КОМПЕТЕНТНОСТІ ТА РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Інтегральна компетентність:

- ІК 1. Здатність розв'язувати складні математичні проблеми у професійній та дослідницькій діяльності, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних знань з сучасних методів математики та/або застосування їх у професійній діяльності.

Загальні компетентності:

- ЗК 2. Розуміння організації, принципів та методології проведення наукових досліджень, включаючи власні дослідження, що дає можливість переосмислити наявне та створити нове цілісне знання та/або професійну практику.

Фахові компетентності:

- ФК 1. Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької або практичної діяльності у сфері математики.
- ФК 2. Здатність виявляти актуальні математичні проблеми і використовувати поглиблені знання з математики.
- ФК 5. Здатність реалізовувати знання з фундаментальних методів алгебри, математичної логіки, геометрії, топології, теорії ймовірності, статистики тощо у теоретичних дослідженнях та при розв'язуванні конкретних прикладних задач.
- ФК 8. Здатність вибирати правильний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв'язання конкретних дослідницьких задач.

Програмні результати навчання:

- ПРН 3. Мати глибинні знання з наукового напрямку та широку ерудицію в галузі математики.
- ПРН 4. Застосовувати методологію та принципи побудови наукових досліджень для планування та розробки власних дисертаційних проєктів.
- ПРН 7. Критично сприймати та аналізувати існуючі думки й ідеї, формулювати власні гіпотези, шукати шляхи розв'язання наукових проблем.
- ПРН 11. Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми.
- ПРН 12. Вміння самостійно розв'язувати складні математичні задачі, доводити теореми, будувати приклади.
- ПРН 14. Вміти аналізувати відомі математичні методи наукових досліджень та використовувати їх у подальшій науковій роботі.

5. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ

Обсяг навчальної дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	20
Практичні заняття	10
Самостійна робота	60

Ознаки дисципліни			
Рівень освіти	Рік / семестр	Спеціальність(-ості)	Статус
науково-освітній (доктор філософії)	1-й / 1-й	111 — Математика	нормативна

Тематика навчальної дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Семестр 1						
Змістовий модуль 1. Алгебро-топологічні структури.						
Тема 1. <i>Означення алгебраїчної напівгрупи та моноїда. Приклади напівгруп.</i> [4, 12, 15, 22, 23]	9	2	1			6
Тема 2. <i>Топології та способи їх задання. Аксиоми відокремлення. Неперервність.</i> [9, 14, 17]	9	2	1			6
Тема 3. <i>Лівотопологічні, правотопологічні, напівтопологічні та топологічні напівгрупи.</i> [14, 16, 17]	9	2	1			6
Тема 4. <i>Різні підходи до визначення поняття групи. Підгрупи. Множини твірних і визначальних співвідношень групи. Приклади груп.</i> [1, 4, 5, 21, 22, 23]	9	2	1			6
Тема 5. <i>Нормальні підгрупи в групі. Різні підходи до визначення поняття нормальної підгрупи. Прості групи. Факторгрупи за нормальними підгрупами.</i> [1, 4, 5, 8, 21, 23]	9	2	1			6
Тема 6. <i>Морфізми груп. Ядро і образ гомоморфізму. Основна теорема про гомоморфізми. Теорема Келі.</i> [4, 5, 7, 21, 22, 23]	9	2	1			6
Тема 7. <i>Топологічні групи. Приклади топологічних груп.</i> [4, 7, 8, 13, 23]	9	2	1			6
Тема 8. <i>Означення кільця, тіла та поля. Взаємозв'язки між цими поняттями. Цілісне кільце. Приклади цілих та нецілих кілець. Характеристика кільця та поля. Приклади кілець складеної характеристики.</i> [2, 4, 6, 22]	9	2	1			6
Тема 9. <i>Топологічні кільця та поля.</i> [2, 4, 6, 18, 22]	9	2	1			6

Тематика навчальної дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 10. <i>Коваріантні функтори в категоріях (топологічних) напівгруп, груп і кілець.</i> [9, 14, 17]	9	2	1			6
Всього за модуль:	90	20	10			60
Всього за семестр:	90	20	10			60
Усього годин:	90	20	10			60

6. ФОРМИ І МЕТОДИ НАВЧАННЯ

- традиційні лекції
- проблемні лекції
- практичні заняття
- робота з джерелами

- методи активації
- методи дискусії
- ігрові методи
- методи колективної співпраці
- проблемні методи

7. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Загальна система оцінювання навчальної дисципліни. Всі форми поточного та підсумкового контролю, крім виконання індивідуального завдання, проводяться очно, винятки можливі з обґрунтованих медичних підстав та міркувань безпеки.

Контроль протягом семестру. Володіння матеріалом дисципліни аспіранти виявляють під час виконання аудиторної контрольної роботи (максимальна оцінка до 40 балів), тестування (максимальна оцінка до 30 балів) та індивідуального завдання (після захисту — до 30 балів). За активність на практичних заняттях може бути додано до 5 балів.

Вимоги до письмових робіт. Письмові роботи виконуються від руки, електронний варіант припустимий тільки для програмної реалізації, якщо вона передбачена завданням.

Умови отримання заліку. Аспірант отримує залік, якщо протягом семестру він здобув принаймні половину (тобто 50) з 100 можливих, причому виконав і захистив всі контрольні роботи і індивідуальне завдання.

Сума балів за семестр визначає підсумкову оцінку згідно поданої нижче таблиці.

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	добре
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	достатньо
1 – 49	FX	незадовільно

Критерії оцінювання навчальних досягнень

(відповідно до Положення про організацію освітнього процесу)

— **«відмінно»** — здобувач освіти міцно засвоїв теоретичний матеріал, глибоко і всебічно знає зміст навчальної дисципліни, основні положення рекомендованої літератури, логічно мислить і будує відповідь, вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу, висловлює своє ставлення до тих чи інших проблем, демонструє високий рівень засвоєння практичних навичок;

— **«добре»** – здобувач освіти добре засвоїв теоретичний матеріал, володіє основними аспектами рекомендованої літератури, аргументовано викладає його; має практичні навички, висловлює свої міркування з приводу тих чи інших проблем, але припускається певних неточностей і похибок у логіці викладу теоретичного матеріалу або при аналізі практичного матеріалу;

— **«задовільно»** – здобувач освіти в основному опанував теоретичними знаннями навчальної дисципліни, орієнтується в першоджерелах та рекомендованій літературі, але непереконливо відповідає, плутає поняття, додаткові питання викликають невпевненість або відсутність стабільних знань; відповідаючи на запитання практичного характеру, виявляє неточності у знаннях, не вміє оцінювати факти та явища, пов'язувати їх із майбутньою діяльністю;

— **«незадовільно»** – здобувач освіти не опанував навчальний матеріал дисципліни, не знає наукових фактів, визначень, майже не орієнтується в рекомендованій літературі, відсутнє наукове мислення, практичні навички не сформовані.

8. ПОЛІТИКА КУРСУ

Письмові роботи, крім індивідуального завдання, здаються у день написання. Здавання індивідуального завдання після передбаченого терміну може бути підставою зниження оцінки максимально на 10 балів.

Академічна доброчесність. Важливим є надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності та посилення на джерела інформації у разі використання ідей, відомостей, розробок.

Відвідування занять є обов'язковим. Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекцій з неповажної причини, а також пропуск практичних занять, незалежно від причини пропуску, відпрацьовується аспірантом у формі додаткових пунктів індивідуального завдання, за невиконання чи неправильне виконання яких може бути знято до 5 балів. Пропущені контрольні роботи перескладаються викладачеві до складання підсумкового контролю.

Неформальна освіта. Результати неформальної освіти, пов'язані з тематикою курсу, як наприклад, проходження курсів на платформах Coursera, Udemu, Udacity, Prometheus, EdEra та інших, що підтверджені відповідними сертифікатами, можуть бути зараховані як можуть бути зараховані як індивідуальне завдання. Радимо попередньо з'ясувати можливість зарахування з викладачем дисципліни.

9. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Безущак О.О. *Теорія груп: Навчальний посібник для студентів механіко-математичного факультету* / О.О. Безущак, О.Г. Ганюшкін. — К.: ВПЦ «Київський університет», 2005. -- 123 с.
2. Бондаренко Є.В. *Теорія кілець* / Є.В. Бондаренко. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2012. – 64 с.
3. Бондаренко Є.В. *Теорія кілець* / Є.В. Бондаренко. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2012. – 64 с.
4. Гаврилків В.М. *Елементи теорії груп та теорії кілець: навчальний посібник* / В.М. Гаврилків. – Івано-Франківськ: Голіней, 2016. – 148 с.

5. Ганюшкін О.Г. *Завдання до практичних занять з алгебри і теорії чисел (теорія груп)* / О.Г. Ганюшкін, О.О. Безущак. – Київ: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2007. – 103 с.
6. Головащук Н.С. *Збірник задач з теорії кілець (базовий курс)* / Н.С. Головащук, Є.А. Кочубінська, С.А. Овсієнко. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2013. – 86 с.
7. Забавський Б. *Прикладна алгебра: підручник* / Б. Забавський, В. Андрійчук, О. Домша, Ю. Іщук, О. Романів, А. Гаталевич. – Львів: ЛНУ ім. Івана Франка. – 2023. – 282 с.
8. Курдаченко Л.А. *Вибрані розділи алгебри та теорії чисел* / Л.А. Курдаченко, В.В. Кириченко, М.М. Семко. – К.: ІМ НАНУ, 2005. – 208 с.
9. Никифорчин О.Р. *Елементи загальної топології* / О.Р. Никифорчин. – Івано-Франківськ: Голіней, 2015. – 240 с.
10. Пилипів В.М. *Кільце поліномів: навчально-методичний посібник* / В.М. Пилипів, Р.А. Заторський, І.І. Ліщинський. – Івано-Франківськ: Плай, 2014. – 100 с.
11. С. Bonzini, С. Tibiletti, А. Cherubini. *Semigroups: Algebraic Theory and Applications to Formal Languages and Codes*, Singapore: World Scientific, 1993. – 348 p.
12. А.Н. Clifford, G.B. Preston, *The algebraic theory of semigroups. Vol. I., Mathematical Surveys. 7.* AMS, Providence, RI, 1961.
13. P. J. Higgins, *An Introduction to Topological Groups*, Cambridge University Press, 2013.
14. N. Hindman, D. Strauss, *Algebra in the Stone-Čech compactification* (de Gruyter, Berlin, New York, 1998).
15. J.M. Howie, *Fundamentals of semigroup theory* (The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 1995).
16. I.V. Protasov, *Combinatorics of Numbers*, VNTL, Lviv, 1997.

17. A. Teleiko and M. Zarichnyi, *Categorical Topology of Compact Hausdorff Spaces* (VNТL, Lviv, 1999).
18. S. Warner, *Topological Rings*, Elsevier, 1993, – 497 p.

Додаткова література

19. Головащук Н.С. *Збірник задач з теорії кілець (базовий курс)* / Н.С. Головащук, Є.А. Кочубінська, С.А. Овсієнко. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2013. – 86 с.
20. Кудрявцева Г.М. *Кільця. Приклади і задачі* / Г.М. Кудрявцева, А.С. Олійник. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2005. – 60 с.
21. Тилищак О.А. *Елементи теорії груп* / О.А. Тилищак. – Вид. УЖНУ “Голверла”, 2009. 40 с.
22. Dummit D.S. *Abstract Algebra* / David S. Dummit, Richard M. Foote. – Wiley Intern. Ed., Chichester: Wiley, 2004. – 932 p.
23. Judson T.W. *Abstract Algebra: Theory and Applications* / Thomas W. Judson. – An open-source textbook available at <http://abstract.ups.edu>, 2012. – 428 p.

РЕКОМЕНДОВАНІ ОСВІТНІ ПЛАТФОРМИ ДЛЯ НЕФОРМАЛЬНОЇ ОСВІТИ

Coursera <https://www.coursera.org/>

Udemy <https://www.udemy.com/>

Udacity <https://www.udacity.com/courses/all>

Prometheus <https://prometheus.org.ua/>

EdEra <https://www.ed-era.com/>

Викладач

Гаврилків В.М.