

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА



Факультет математики та інформатики
Кафедра алгебри та геометрії

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Кільця і модулі

Рівень освіти _____ Науково-освітній (доктор філософії)
Освітня програма _____ Математика
Спеціальність(ості) _____ 111 — Математика
Галузь знань _____ 11 — Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №1 від 30.01.2024

1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

Назва дисципліни	Кільця і модулі
Викладач(-і)	Гаврилків В.М.
Контактний телефон викладача	59-60-16
Е-mail викладача	volodymyr.gavrylkiv@pnu.edu.ua
Формат дисципліни	Лекції та практичні заняття
Обсяг дисципліни	3 кредити
Посилання на сайт дистанційного навчання	d-learn.pnu.edu.ua
Консультації	Вівторок, 16 ⁰⁰

2. АНОТАЦІЯ ДО НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Навчальна дисципліна “Кільця та модулі” займає одне із центральних місць у системі професійної науково-предметної підготовки фахівця з математики. Зміст дисципліни розкривається через змістовний модуль “Елементи теорії кілець і модулів”.

3. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Основною метою і завданням курсу “Кільця та модулі” є формування компетентного спеціаліста в області абстрактної алгебри, здатного застосовувати і розвивати основні положення і методи дисципліни у науковій і навчальній діяльності, самостійно аналізувати будову кілець та модулів, будувати математичні моделі. Важливими завданнями є формування в аспірантів алгебраїчної і теоретико-числової культури, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення аспірантів, забезпечення інформацією аспірантів щодо напрямків розвитку сучасної математики, формування вміння

розв'язувати задачі з геометрії, аналізу, фізики, економіки, інформатики, використовуючи методи теорії кілець та модулів.

У результаті вивчення навчальної дисципліни “Кільця та модулі” аспірант повинен

знати:

- основні твердження і теореми курсу;
- методи та алгоритми розв'язування задач з дисципліни;
- основні поняття теорії кілець і модулів, зокрема такі як кільце, комутативне кільце, кільце з одиницею, дільник нуля, дільник одиниці, ідемпотент, цілісне кільце, ідеал кільця, гомоморфізм кілець, кільце головних ідеалів, евклідове кільце, асоційовані елементи, нерозкладний елемент, найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне елементів кільця, максимальні та прості ідеали кілець, модуль над кільцем, циклічний модуль, скінченнопороджений модуль, вільний модуль, нерозкладний модуль, прості та напівпрості модулі, артіновий модуль, нетеровий модуль;

вміти:

- застосовувати стандартні методи і алгоритми теорії кілець та модулів при розв'язуванні задач;
- наводити приклади, які демонструють сутність теоретичних понять, фактів або спростовують хибні твердження.

4. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ

Обсяг навчальної дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	20
Практичні заняття	10
Самостійна робота	60

Ознаки дисципліни			
Рівень освіти	Рік / семестр	Спеціальність(-ості)	Статус
науково-освітній (доктор філософії)	2-й / 3-й	111 — Математика	вибіркова

Тематика навчальної дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Семестр 3						
Змістовий модуль 1. Елементи теорії кілець і модулів.						
Тема 1. <i>Означення кільця, тіла та поля. Взаємозв'язки між цими поняттями. Цілісне кільце. Приклади цілісних та нецілісних кілець. Характеристика кільця та поля. Приклади кілець складеної характеристики. [2, 3, 10]</i>	9	2	1			6
Тема 2. <i>Гомоморфізми та ідеали кілець. Факторкільце. Основна теорема про гомоморфізми. Порядок скінченного поля. Максимальні та прості ідеали кілець. [2, 5, 11]</i>	9	2	1			6
Тема 3. <i>Евклідові кільця та кільця головних ідеалів. Евклідовість кільця цілих гаусових чисел. Алгоритм Евкліда. [2, 5, 11]</i>	9	2	1			6
Тема 4. <i>Прості елементи кільця. Розклад на прості множники у кільцях головних ідеалів. Характеризація простих елементів кільця. [1, 2, 5, 10, 11]</i>	9	2	1			6
Тема 5. <i>Вкладення кілець у поля. Поле часток. [1, 5, 11]</i>	9	2	1			6

Тематика навчальної дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 6. <i>Поняття модуля над кільцем. Підмодулі. Приклади.</i> [7, 8, 9, 11]	9	2	1			6
Тема 7. <i>Циклічні модулі. Скінченнопороджені модулі.</i> [7, 8, 11]	9	2	1			6
Тема 8. <i>Вільні модулі. Приклади.</i> [7, 8, 10]	9	2	1			6
Тема 9. <i>Нерозкладні модулі. Прості та напівпрості модулі.</i> [7, 8, 9, 11]	9	2	1			6
Тема 10. <i>Артінові модулі. Нетерові модулі.</i> [7, 8, 11]	9	2	1			6
Всього за модуль:	90	20	10			60
Всього за семестр:	90	20	10			60
Усього годин:	90	20	10			60

5. ФОРМИ І МЕТОДИ НАВЧАННЯ

- традиційні лекції
- проблемні лекції
- практичні заняття
- робота над проектами
- робота з джерелами

- методи активації
- методи дискусії
- ігрові методи
- методи колективної співпраці
- проблемні методи
- просемінарські методи

6. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Загальна система оцінювання навчальної дисципліни. Всі форми поточного та підсумкового контролю, крім виконання індивідуального завдання, проводяться очно, винятки можливі з обґрунтованих медичних підстав та міркувань безпеки.

Контроль протягом семестру. Володіння матеріалом дисципліни аспіранти виявляють під час виконання контрольної роботи, колоквіуму (максимальна оцінка по 15 балів), тестування (максимальна оцінка по 10 балів) та індивідуального завдання (після захисту — до 10 балів). Кількість балів, яку можна отримати за кожне завдання/питання (за умови правильного розв'язання і повного обґрунтування) вказана у білеті/тестуванні. За активність на практичних заняттях може бути додано до 5 балів.

Вимоги до письмових робіт. Письмові роботи виконуються від руки, електронний варіант припустимий тільки для програмної реалізації, якщо вона передбачена завданням.

Умови допуску до підсумкового контролю. Аспірант допускається до підсумкового контролю, якщо протягом семестру він здобув принаймні половину (тобто 25) з 50 можливих, причому виконав і захистив всі контрольні роботи і індивідуальне завдання.

Підсумковий контроль. Підсумковий контроль проводиться у вигляді письмового іспиту з можливим усним захистом при потребі прояснити розв'язання і уточнити оцінювання, максимальна оцінка на іспиті — 50 балів.

Білет на іспиті складається з 5 завдань, кількість балів, яку можна отримати за кожне з яких (за умови правильного розв'язання і повного обґрунтування) вказана у білеті.

Сума балів за семестр та за іспит визначає підсумкову оцінку згідно поданої нижче таблиці.

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	добре
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	достатньо
1 – 49	FX	незадовільно

Критерії оцінювання навчальних досягнень

(відповідно до Положення про організацію освітнього процесу)

— **«відмінно»** — здобувач освіти міцно засвоїв теоретичний матеріал, глибоко і всебічно знає зміст навчальної дисципліни, основні положення рекомендованої літератури, логічно мислить і будує відповідь, вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу, висловлює своє ставлення до тих чи інших проблем, демонструє високий рівень засвоєння практичних навичок;

— **«добре»** – здобувач освіти добре засвоїв теоретичний матеріал, володіє основними аспектами рекомендованої літератури, аргументовано викладає його; має практичні навички, висловлює свої міркування з приводу тих чи інших проблем, але припускається певних неточностей і похибок у логіці викладу теоретичного матеріалу або при аналізі практичного матеріалу;

— **«задовільно»** – здобувач освіти в основному опанував теоретичними знаннями навчальної дисципліни, орієнтується в першоджерелах та рекомендованій літературі, але непереконливо відповідає, плутає поняття, додаткові питання викликають невпевненість або відсутність стабільних знань; відповідаючи на запитання практичного характеру, виявляє неточності у знаннях, не вміє оцінювати факти та явища, пов'язувати їх із майбутньою діяльністю;

— **«незадовільно»** – здобувач освіти не опанував навчальний матеріал дисципліни, не знає наукових фактів, визначень, майже не орієнтується в рекомендованій літературі, відсутнє наукове мислення, практичні навички не сформовані.

7. ПОЛІТИКА КУРСУ

Письмові роботи, крім індивідуального завдання, здаються у день написання. Здавання індивідуального завдання після передбаченого терміну може бути підставою зниження оцінки максимально на 10 балів.

Академічна доброчесність. Важливим є надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності та посилення на джерела інформації у разі використання ідей, відомостей, розробок.

Відвідування занять є обов'язковим. Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекцій з неповажної причини, а також пропуск практичних занять, незалежно від причини пропуску, відпрацьовується аспірантом у формі додаткових пунктів індивідуального завдання, за невиконання чи неправильне виконання яких може бути знято до 5 балів. Пропущені контрольні роботи перескладаються викладачеві до складання підсумкового контролю.

Неформальна освіта. Результати неформальної освіти, пов'язані з тематикою курсу, як наприклад, проходження курсів на платформах Coursera, UdeMy, Udacity, Prometheus, EdEra та інших, що підтверджені відповідними сертифікатами, можуть бути зараховані як можуть бути зараховані як індивідуальне завдання. Радимо попередньо з'ясувати можливість зарахування з викладачем дисципліни.

8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Бондаренко Є.В. *Теорія кілець* / Є.В. Бондаренко. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2012. – 64 с.

2. Гаврилків В.М. *Елементи теорії груп та теорії кілець: навчальний посібник* / В.М. Гаврилків. – Івано-Франківськ: Голіней, 2016. – 148 с.
3. Головащук Н.С. *Збірник задач з теорії кілець (базовий курс)* / Н.С. Головащук, Є.А. Кочубінська, С.А. Овсієнко. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2013. – 86 с.
4. Завало С.Т. *Алгебра і теорія чисел. Практикум. Частина 2* / С.Т. Завало, С.С. Левищенко та ін. – Київ: Вища школа, 1986. – 264 с.
5. Кудрявцева Г.М. *Кільця. Приклади і задачі* / Г.М. Кудрявцева, А.С. Олійник. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2005. – 60 с.
6. Пилипів В.М. *Кільце поліномів: навчально-методичний посібник* / В.М. Пилипів, Р.А. Заторський, І.І. Ліщинський. – Івано-Франківськ: Плай, 2014. – 100 с.
7. Dauns J. *Modules and Rings*, Cambridge University Press, 1994. – 464 p.
8. Wisbauer R. *Foundations of Module and Ring Theory*, Gordon and Breach Science Publishers, 1991. – 606 p.

Додаткова література

9. Курдаченко Л.А. *Вибрані розділи алгебри та теорії чисел* / Л.А. Курдаченко, В.В. Кириченко, М.М. Семко. – К.: ІМ НАНУ, 2005. – 208 с.
10. Dummit D.S. *Abstract Algebra* / David S. Dummit, Richard M. Foote. – Wiley Intern. Ed., Chichester: Wiley, 2004. – 932 p.
11. Judson T.W. *Abstract Algebra: Theory and Applications* / Thomas W. Judson. – An open-source textbook available at <http://abstract.ups.edu>, 2012. – 428 p.

РЕКОМЕНДОВАНІ ОСВІТНІ ПЛАТФОРМИ ДЛЯ НЕФОРМАЛЬНОЇ ОСВІТИ

Coursera <https://www.coursera.org/>

Udemy <https://www.udemy.com/>

Udacity <https://www.udacity.com/courses/all>

Prometheus <https://prometheus.org.ua/>

EdEra <https://www.ed-era.com/>

Викладач

Гаврилків В.М.