

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА



Факультет математики та інформатики
Кафедра алгебри та геометрії

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Напівгрупи

Рівень освіти _____ Науково-освітній (доктор філософії)
Освітня програма _____ Математика
Спеціальність(ості) _____ 111 — Математика
Галузь знань _____ 11 — Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №7 від 30.01.2024

1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

| | |
|---|--------------------------------|
| Назва дисципліни | Напівгрупи |
| Викладач(-і) | Гаврилків В.М. |
| Контактний телефон викладача | 59-60-16 |
| Е-mail викладача | volodymyr.gavrylkiv@pnu.edu.ua |
| Формат дисципліни | Лекції та практичні заняття |
| Обсяг дисципліни | 3 кредити |
| Посилання на сайт дистанційного навчання | d-learn.pnu.edu.ua |
| Консультації | Вівторок, 16 ⁰⁰ |

2. АНОТАЦІЯ ДО НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Навчальна дисципліна “Теорія напівгруп” займає одне із центральних місць у системі професійної науково-предметної підготовки фахівця з математики. У цьому курсі вивчаються основи алгебраїчної теорії напівгруп, зокрема будова напівгруп, різні типи напівгруп, морфізми напівгруп, відношення Гріна.

3. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою даного курсу є розгляд основних типів напівгруп, таких як циклічні, вільні, інверсні, кліфордові, регулярні, прості напівгрупи, напівгрупи перетворень; вивчення методів побудови нових напівгруп на основі вже існуючих: піднапівгруп, фактор-напівгруп, прямих добутків і сум та ін. Одним з основних завдань є опис структури напівгруп: максимальних підгруп, ідемпотентів, (мінімальних) ідеалів і вивчення зв'язаних з ними властивостей і

відношень. Вказати на значення дисципліни в курсі алгебри і теорії чисел і математики взагалі, її застосування в наукових дослідженнях.

Теорія напівгруп є областю сучасної алгебри, яка найбільш інтенсивно розвивається в наш час. Вона має дуже тісні зв'язки з практично усіма математичними дисциплінами: топологією, диференціальною геометрією, функціональним аналізом, теорією графів, теорією алгоритмів, абстрактною теорією автоматів, комбінаторикою чисел. Ці зв'язки, в основі більшості з яких лежить простий, але принциповий факт, що множення елементів асоціативне, сприяють життєздатності теорії напівгруп і визначають можливість її застосувань.

У результаті вивчення навчальної дисципліни аспірант повинен знати:

основні поняття і теореми з теорії напівгруп, типи напівгруп, їх будову, відношення Гріна;

вміти:

- застосовувати стандартні методи і алгоритми теорії напівгруп при розв'язуванні задач;
- наводити приклади, які демонструють сутність теоретичних понять, фактів або спростовують хибні твердження;
- перевіряти, чи є задана алгебраїчна структура є напівгрупою, моноїдом, квазігрупою чи групою;
- знаходити порядок елемента напівгрупи;
- знаходити піднапівгрупи та підгрупи даної напівгрупи, будувати факторнапівгрупи;
- описувати гоморфізми заданих напівгруп;
- встановлювати ізоморфізм напівгруп;
- описувати центр напівгрупи;
- знаходити ідемпотенти, групові елементи і максимальні підгрупи;

- описувати ділянки нуля та одиниці в напівгрупі, знаходити ідеали напівгрупи;
- будувати відношення Гріна.

4. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ

| Обсяг навчальної дисципліни | |
|-----------------------------|--------------------------|
| Вид заняття | Загальна кількість годин |
| Лекції | 20 |
| Практичні заняття | 10 |
| Самостійна робота | 60 |

| Ознаки дисципліни | | | |
|-------------------------------------|---------------|----------------------|-----------|
| Рівень освіти | Рік / семестр | Спеціальність(-ості) | Статус |
| науково-освітній (доктор філософії) | 2-й / 3-й | 111 — Математика | вибіркова |

| Тематика навчальної дисципліни | | | | | | |
|--|-----------------|------|-----|------|------|------|
| Назви змістових модулів і тем | Кількість годин | | | | | |
| | вс. | лек. | пр. | лаб. | інд. | сам. |
| Семестр 3 | | | | | | |
| Змістовий модуль 1. Будова напівгруп. Типи напівгруп. | | | | | | |
| Тема 1. Основні означення. Взаємозв'язки між поняттями. Тести асоціативності. [1, 4, 5] | 9 | 2 | 1 | | | 6 |
| Тема 2. Однопороджені напівгрупи. Періодичні та локально скінченні напівгрупи. Біциклічна напівгрупа. [4, 3, 5, 7] | 8 | 2 | 1 | | | 5 |

| Тематика навчальної дисципліни | | | | | | |
|---|-----------------|------|-----|------|------|------|
| Назви змістових модулів і тем | Кількість годин | | | | | |
| | вс. | лек. | пр. | лаб. | інд. | сам. |
| Тема 3. <i>Оборотні елементи і максимальні підгрупи. Кліфордові напівгрупи.</i> [1, 2, 4, 5, 6] | 8 | 2 | 1 | | | 5 |
| Тема 4. <i>Напівгрупа відношень на множині. Повна напівгрупа перетворень.</i> [1, 4, 3, 7] | 9 | 2 | 1 | | | 6 |
| Тема 5. <i>Морфізми напівгруп. Вкладення напівгрупи в повну напівгрупу перетворень. Групи ендоморфізмів та автоморфізмів напівгрупи.</i> [1, 2, 3, 5, 7, 6] | 8 | 2 | 1 | | | 5 |
| Тема 6. <i>Конгруенції та факторнапівгрупи. Основна теорема про гомоморфізми для напівгруп. Факторнапівгрупа Ріса.</i> [4, 3, 5, 6] | 9 | 2 | 1 | | | 6 |
| Тема 7. <i>В'язки, напівґратки та ґратки. Прямокутна в'язка. Прямі добутки і суми напівгруп.</i> [1, 4, 3, 5, 6] | 9 | 2 | 1 | | | 6 |
| Тема 8. <i>Регулярні та інверсні напівгрупи. Симетрична інверсна напівгрупа.</i> [4, 3, 5, 7] | 9 | 2 | 1 | | | 6 |
| Тема 9. <i>Вільні напівгрупи. Твірні і визначальні співвідношення.</i> [4, 3, 7] | 10 | 2 | 1 | | | 7 |
| Тема 10. <i>Відношення Гріна.</i> [4, 3, 5, 7, 6] | 11 | 2 | 1 | | | 8 |
| Всього за модуль: | 90 | 20 | 10 | | | 60 |
| Всього за семестр: | 90 | 20 | 10 | | | 60 |
| Усього годин: | 90 | 20 | 10 | | | 60 |

5. ФОРМИ І МЕТОДИ НАВЧАННЯ

- традиційні лекції
- проблемні лекції
- практичні заняття

- робота з джерелами
- методи активації
- методи дискусії
- ігрові методи
- методи колективної співпраці
- проблемні методи

6. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Загальна система оцінювання навчальної дисципліни. Всі форми поточного та підсумкового контролю, крім виконання індивідуального завдання, проводяться очно, винятки можливі з обґрунтованих медичних підстав та міркувань безпеки.

Контроль протягом семестру. Володіння матеріалом дисципліни аспіранти виявляють під час виконання аудиторної контрольної роботи (максимальна оцінка до 40 балів), тестування (максимальна оцінка до 30 балів) та індивідуального завдання (після захисту — до 30 балів). За активність на практичних заняттях може бути додано до 5 балів.

Вимоги до письмових робіт. Письмові роботи виконуються від руки, електронний варіант припустимий тільки для програмної реалізації, якщо вона передбачена завданням.

Умови отримання заліку. Аспірант отримує залік, якщо протягом семестру він здобув принаймні половину (тобто 50) з 100 можливих, причому виконав і захистив всі контрольні роботи і індивідуальне завдання.

Сума балів за семестр визначає підсумкову оцінку згідно поданої нижче таблиці.

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка ЄКТС | Оцінка за національною шкалою |
|--|-------------|-------------------------------|
| 90 – 100 | A | відмінно |
| 80 – 89 | B | добре |
| 70 – 79 | C | добре |
| 60 – 69 | D | задовільно |
| 50 – 59 | E | достатньо |
| 1 – 49 | FX | незадовільно |

Критерії оцінювання навчальних досягнень

(відповідно до Положення про організацію освітнього процесу)

— **«відмінно»** — здобувач освіти міцно засвоїв теоретичний матеріал, глибоко і всебічно знає зміст навчальної дисципліни, основні положення рекомендованої літератури, логічно мислить і будує відповідь, вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу, висловлює своє ставлення до тих чи інших проблем, демонструє високий рівень засвоєння практичних навичок;

— **«добре»** – здобувач освіти добре засвоїв теоретичний матеріал, володіє основними аспектами рекомендованої літератури, аргументовано викладає його; має практичні навички, висловлює свої міркування з приводу тих чи інших проблем, але припускається певних неточностей і похибок у логіці викладу теоретичного матеріалу або при аналізі практичного матеріалу;

— **«задовільно»** – здобувач освіти в основному опанував теоретичними знаннями навчальної дисципліни, орієнтується в першоджерелах та рекомендованій літературі, але непереконливо відповідає, плутає поняття, додаткові питання викликають невпевненість або відсутність стабільних знань; відповідаючи на запитання практичного характеру, виявляє неточності у знаннях, не вміє оцінювати факти та явища, пов'язувати їх із майбутньою діяльністю;

— **«незадовільно»** – здобувач освіти не опанував навчальний матеріал дисципліни, не знає наукових фактів, визначень, майже не орієнтується в рекомендованій літературі, відсутнє наукове мислення, практичні навички не сформовані.

7. ПОЛІТИКА КУРСУ

Письмові роботи, крім індивідуального завдання, здаються у день написання. Здавання індивідуального завдання після передбаченого терміну може бути підставою зниження оцінки максимально на 10 балів.

Академічна доброчесність. Важливим є надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності та посилення на джерела інформації у разі використання ідей, відомостей, розробок.

Відвідування занять є обов'язковим. Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекцій з неповажної причини, а також пропуск практичних занять, незалежно від причини пропуску, відпрацьовується аспірантом у формі додаткових пунктів індивідуального завдання, за невиконання чи неправильне виконання яких може бути знято до 5 балів. Пропущені контрольні роботи перескладаються викладачеві до складання підсумкового контролю.

Неформальна освіта. Результати неформальної освіти, пов'язані з тематикою курсу, як наприклад, проходження курсів на платформах Coursera, Udemy, Udacity, Prometheus, EdEra та інших, що підтверджені відповідними сертифікатами, можуть бути зараховані як можуть бути зараховані як індивідуальне завдання. Радимо попередньо з'ясувати можливість зарахування з викладачем дисципліни.

8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Гаврилків В.М. *Елементи теорії груп та теорії кілець: навчальний посібник* / В.М. Гаврилків. – Івано-Франківськ: Голіней, 2016. – 148 с.

2. Ганюшкін О.Г. *Завдання до практичних занять з алгебри і теорії чисел (теорія груп)* / О.Г. Ганюшкін, О.О. Безущак. – Київ: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2007. – 103 с.
3. С. Bonzini, С. Tibiletti, А. Cherubini. *Semigroups: Algebraic Theory and Applications to Formal Languages and Codes*, Singapore: World Scientific, 1993. – 348 p.
4. А.Н. Clifford, G.B. Preston, *The algebraic theory of semigroups. Vol. I., Mathematical Surveys. 7.* AMS, Providence, RI, 1961.
5. J.M. Howie, *Fundamentals of semigroup theory* (The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 1995).

Допоміжна література

6. Hindman N. *Algebra in the Stone-Čech compactification* / N. Hindman, D. Strauss. – Berlin, New York: de Gruyter, 1998. – 485 p.
7. Pierre A. Grillet *Semigroups: An Introduction to the Structure Theory*, New York, 2017. – 408 p.
8. Protasov I. *Combinatorics of Numbers* / I. Protasov. – Lviv: VNTL, 1997. – Vol. 2. – 70 p.

РЕКОМЕНДОВАНІ ОСВІТНІ ПЛАТФОРМИ ДЛЯ НЕФОРМАЛЬНОЇ ОСВІТИ

Coursera <https://www.coursera.org/>

Udemy <https://www.udemy.com/>

Udacity <https://www.udacity.com/courses/all>

Prometheus <https://prometheus.org.ua/>

EdEra <https://www.ed-era.com/>

Викладач

Гаврилків В.М.