

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА**



Факультет математики та інформатики

Кафедра математичного та функціонального аналізу

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Поглиблені розділи теорії міри

Рівень вищої освіти – третій (освітньо-науковий)

Освітньо-наукова програма Математика

Спеціальність 111 Математика

Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № 1 від 25.08.2023 р.

м. Івано-Франківськ - 2023

ЗМІСТ

1. Загальна інформація
2. Анотація до навчальної дисципліни
3. Мета та цілі навчальної дисципліни
4. Програмні компетентності та результати навчання
5. Організація навчання
6. Система оцінювання навчальної дисципліни
7. Політика навчальної дисципліни
8. Рекомендована література

1. Загальна інформація	
Назва дисципліни	Поглиблені розділи теорії міри
Викладач	к.ф.-м.н., доцент Соломко Андрій Васильович
Контактний телефон викладача	тел. моб. 095-82-40-257, тел. роб. 0342-59-61-08
E-mail викладача	andrii.solomko@pnu.edu.ua
Формат дисципліни	очний
Обсяг дисципліни	3 кредити ЄКТС
Посилання на сайт дистанційного навчання	https://classroom.google.com/c/NjM0ODY2NDE0MTIz
Консультації	Очні консультації: згідно розкладу консультацій
2. Анотація до навчальної дисципліни	
<p>Курс «Поглиблені розділи теорії міри» є дисципліною циклу професійно-наукової підготовки навчального плану, яка сприяє підготовці аспірантів для написання наукових досліджень. Аспіранти отримують теоретико-методичні та практичні навички у теорії міри, які не розглядаються у базових курсах бакалаврату і магістратури.</p>	
3. Мета та цілі навчальної дисципліни	
<p><u>Мета навчальної дисципліни:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • доповнення вивчених раніше розділів функціонального аналізу та теорії міри і інтеграла Лебега розділами теорії міри поглибленого змісту <p><u>Завдання навчальної дисципліни:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • надання аспірантам знань, які дадуть їм можливість зрозуміти поглиблені розділи теорії міри, які не розглядаються або розглядаються недостатньо у базових курсах, зокрема, окрему увагу у курсі приділено функції Кантора, інтегралу по множині нескінченної міри, добуткам мір. <p>У результаті вивчення навчальної дисципліни аспірант повинен:</p> <ul style="list-style-type: none"> • бути здатним здійснювати самостійні розробки шляхом творчого застосування існуючих та генерування нових ідей; • мати глибинні знання з функціонального аналізу, зокрема з теорії міри, та широку ерудицію в галузі математики; • вміти самостійно розв'язувати складні математичні задачі з теорії міри, доводити теореми, будувати приклади; • вміти аналізувати відомі методи наукових досліджень та використовувати їх у подальшій науковій роботі; • мати знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької або практичної діяльності у сфері математики; • мати здатність виявляти актуальні математичні проблеми і використовувати поглиблені знання з математики, зокрема з функціонального аналізу; • мати здатність формулювати та доводити математичні твердження, вміти правильно формувати висновки; • мати здатність вибирати правильний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв'язання конкретних дослідницьких задач. 	
4. Програмні компетентності та результати навчання	
<p><u>Загальні компетентності:</u></p> <p>ЗК-12. Здатність аналізувати інформацію, подану в різних наукових джерелах, формувати</p>	

на їхньому тлі власну дослідницьку позицію та професійно вести наукову дискусію.

Фахові компетентності:

ФК-1. Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької або практичної діяльності у сфері математики.

ФК-2. Здатність виявляти актуальні математичні проблеми і використовувати поглиблені знання з математики.

ФК-4. Здатність реалізовувати знання з фундаментальних методів математичного, комплексного та функціонального аналізу у теоретичних дослідженнях та при розв'язуванні конкретних прикладних задач.

ФК-8. Здатність вибирати правильний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв'язання конкретних дослідницьких задач.

Програмні результати навчання:

ПРН-3. Мати глибинні знання з наукового напрямку та широку ерудицію в галузі математики.

ПРН-5. Проводити математичне та аналітичне моделювання, здійснювати аналітичні обчислення або чисельні розрахунки, порівняння їх результатів із експериментальними даними для найбільш повного опису властивостей досліджуваних систем.

ПРН-7. Критично сприймати та аналізувати існуючі думки й ідеї, формулювати власні гіпотези, шукати шляхи розв'язання наукових проблем.

ПРН-11. Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми.

ПРН-12. Вміння самостійно розв'язувати складні математичні задачі, доводити теореми, будувати приклади.

ПРН-14. Вміти аналізувати відомі математичні методи наукових досліджень та використовувати їх у подальшій науковій роботі.

5. Організація навчання

Обсяг курсу – 90 год.

Вид заняття	Загальна кількість годин
лекції	30
практичні	10
самостійна робота	50

Ознаки курсу

Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Обов'язковий/ вибірковий
II	111 Математика	перший	обов'язковий

Тематика курсу

Тема, план	Форма заняття	Літера- тура	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
Тема 1. Вступ до поняття міри. Означення, властивості, основні теореми.	Лекція	[1-11]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом

Тема 2. Побудова та продовження мір. Алгебри, σ -алгебри. Адитивність та зліченна адитивність мір. Зовнішня міра та лебегове продовження міри. Міра Лебега, міра Лебега-Стілтєса.	Лекція	[1-11]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 3. Операції над мірами. Розклади знакозмінних мір. Теорема Радона-Никодима.	Лекція	[1-11]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 4. Операції над мірами. Добутки просторів з мірами. Теорема Фубіні. Нескінченні добутки мір.	Лекція	[1-11]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 5. Операції над мірами. Добутки просторів з мірами. Теорема Фубіні. Нескінченні добутки мір.	Лекція	[1-11]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 5. Спеціальні приклади вимірних та невимірних множин. Канторова множина. Функція Кантора. Узагальнення.	Лекція	[1-11]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватись до практичного заняття	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 5. Спеціальні приклади вимірних та невимірних множин. Канторова множина. Функція Кантора. Узагальнення.	Практичне заняття	[1-11]	Розв'язати завдання на занятті та зробити домашнє завдання	10	До наступного заняття за розкладом
Тема 6. Інтеграл Лебега. Вимірні функції. Означення та властивості інтеграла Лебега.	Лекція	[1-11]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватись до практичного заняття	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 6. Інтеграл Лебега. Вимірні функції. Означення та властивості інтеграла Лебега.	Практичне заняття	[1-11]	Розв'язати завдання на занятті та зробити домашнє завдання	10	До наступного заняття за розкладом
Тема 7. Зліченна адитивність та абсолютна неперервність інтеграла Лебега. Рівність інтегралів від еквівалентних функцій. Нерівність Чебишова.	Лекція	[1-11]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 8. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега. Теорема Лебега про обмежену збіжність.	Лекція	[1-11]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватись до практичного заняття	1,33	До наступного заняття за розкладом

Тема 8. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега. Теорема Лебега про обмежену збіжність.	Практичне заняття	[1-11]	Розв'язати завдання на занятті та зробити домашнє завдання	10	До наступного заняття за розкладом
Тема 8. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега. Теорема Беппо-Леві про монотонну збіжність. Лема Фату.	Лекція	[1-11]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватись до практичного заняття	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 8. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега. Теорема Беппо-Леві про монотонну збіжність. Лема Фату.	Практичне заняття	[1-11]	Розв'язати завдання на занятті та зробити домашнє завдання	10	До наступного заняття за розкладом
Тема 9. Інтеграл по множині нескінченної міри. Означення та властивості.	Лекція	[1-11]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 9. Інтеграл по множині нескінченної міри. Теореми про граничний перехід під знаком інтеграла на множині нескінченної міри.	Лекція	[1-11]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 10. Міри на топологічних просторах. Борелівські, берівські та радонові міри. Продовження мір.	Лекція	[1-11]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 10. Міри на топологічних просторах. Теорема Колмогорова. Регулярність мір в термінах функціоналів.	Лекція	[1-11]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Тема 10. Міри на топологічних просторах. Міри на локально компактних просторах. Міри на лінійних просторах.	Лекція	[1-11]	Опрацювати лекційний матеріал	1,33	До наступного заняття за розкладом
Підсумкове практичне заняття	Практичне заняття	[1-11]	Контрольна робота	40	Відповідно до розкладу

6. Система оцінювання навчальної дисципліни

Загальна система оцінювання курсу	<p>100 бална – 50 балів протягом семестру та 50 балів за екзамен;</p> <p>“відмінно” – аспірант демонструє повні і глибокі знання навчального матеріалу, достовірний рівень розвитку умінь та навичок, правильне й обґрунтоване формулювання практичних висновків, наводить повний обґрунтований розв'язок прикладів та задач, аналізує причинно-наслідкові зв'язки; вільно володіє науковими термінами;</p> <p>“добре” – аспірант демонструє повні знання</p>
-----------------------------------	--

	<p>навчального матеріалу, але допускає незначні пропуски фактичного матеріалу, вміє застосувати його до розв'язання конкретних прикладів та задач, у деяких випадках нечітко формулює загалом правильні відповіді, допускає окремі несуттєві помилки та неточності в розв'язках;</p> <p>“задовільно” – аспірант володіє більшою частиною фактичного матеріалу, але викладає його не досить послідовно і логічно, допускає істотні пропуски у відповідях, не завжди вміє правильно застосувати набуті знання до розв'язання конкретних прикладів та задач, нечітко, а інколи й невірно формулює основні твердження та причинно-наслідкові зв'язки;</p> <p>“незадовільно” – аспірант не володіє достатнім рівнем необхідних знань, умінь, навичок, науковими термінами.</p>
Практичні заняття	<p>Практичне заняття проводиться з метою формування у аспірантів умінь і навичок з предмету, вирішення сформульованих завдань, їх перевірка та оцінювання. За метою і структурою практичні заняття є ланцюжком, який пов'язує теоретичне навчання і навчальну практику з дисципліни, а також передбачає попередній контроль знань аспірантів.</p>
Умови допуску до підсумкового контролю	<ul style="list-style-type: none"> – оцінка поточне тестування (20 балів); – оцінка за відповіді на всі основні і додаткові запитання під час аудиторних занять (20 балів); – оцінка за контрольну роботу (40 балів); – оцінка за самостійну роботу (20 балів).
7. Політика навчальної дисципліни	
<ul style="list-style-type: none"> – самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей); – посилення на джерела інформації у разі використання ідей, розробок, тверджень, відомостей; – надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використанні методики досліджень і джерела інформації. <p>Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується аспірантом відповідно до вимог кафедри, що встановлені на засіданні кафедри (співбесіда, реферат тощо).</p> <p>Пропущені практичні заняття, незалежно від причини пропуску, аспірант відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні негативні оцінки, отримані аспірантом під час засвоєння відповідної теми на практичному занятті перескладаються викладачеві, який веде заняття до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.</p>	

8. Рекомендована література

1. Кужель О.В. Вступ до теорії міри та інтеграла. – Київ: НМК ВО, 1991. – 190с.
2. Лянце В., Кудрик Т., Чуйко Г. Лекції з теорії міри та інтеграла Лебега. – Львів: ЛНУ ім. І.Франка, 1999. – 112с.
3. Лянце В.Е., Федик М.М., Чуйко Г.І. Інтеграл Лебега. – Львів: ЛДУ, 1990. – 72с.
4. Маслюченко В.К. Лекції з теорії міри та інтеграла. Част. 1. – Чернівці: Рута, 2011. – 156с.
5. Маслюченко В.К. Лекції з теорії міри та інтеграла. Част. 2. – Чернівці: Рута, 2011. – 176с.
6. Сторож О., Кудрик Т., Сущик Н. Додаткові розділи теорії міри і функціонального аналізу. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2018. – 198с.
7. Федак І.В. Функціональний аналіз. – Ів.-Франківськ: 2009. – 120с.
8. Monica Torres. Lecture Notes: Lebesgue Theory of Integration. – <https://www.math.purdue.edu/~torresm/lebesgue-theory.html> – Purdue University, 2019.
9. Nelson G.S. A User-Friendly Introduction to Lebesgue Measure and Integration. – Providence, Rhode Island, American Mathematical Society, 2015. – 233 p.
10. Ralf Pihlström. Lebesgue Theory. A Brief Overview. – U.U.D.M. Project Report 2016:26. Upsala Universitet. – 49 p.
11. S. Hartman, J. Mikusinski. The Theory of Lebesgue Measure and Integration. – Elsevier Ltd, 1961. – 176 p.

Викладач *Андрій Соломко*, доцент кафедри
математичного і функціонального аналізу