

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА



Факультет математики та інформатики
Кафедра алгебри та геометрії

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Теорія множин

Рівень освіти _____ Науково-освітній (доктор філософії)
Освітня програма _____ Математика
Спеціальність(ості) _____ 111 — Математика
Галузь знань _____ 11 — Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №7 від 30.01.2024

1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

| | |
|---|--------------------------------|
| Назва дисципліни | Теорія множин |
| Викладач(-і) | Гаврилків В.М. |
| Контактний телефон викладача | 59-60-16 |
| Е-mail викладача | volodymyr.gavrylkiv@pnu.edu.ua |
| Формат дисципліни | Лекції та практичні заняття |
| Обсяг дисципліни | 3 кредити |
| Посилання на сайт дистанційного навчання | d-learn.pnu.edu.ua |
| Консультації | Вівторок, 16 ⁰⁰ |

2. АНОТАЦІЯ ДО НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Навчальна дисципліна “Теорія множин” займає одне із центральних місць у системі професійної науково-предметної підготовки дослідника з математики. У цьому курсі вивчаються аксіоматика Цермело-Френкеля, аксіома вибору, цілком впорядковані множини, ординали, кардинали.

3. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Основною метою та завданням курсу “Теорія множин” є формування компетентного спеціаліста в області аксіоматичної теорії множин, здатного застосовувати і розвивати основні положення дисципліни у науковій і навчальній діяльності, застосовувати апарат дисципліни у наукових дослідженнях та різних прикладних задачах математики. Цей курс сприятиме розвитку логічного та аналітичного мислення аспірантів.

У результаті вивчення навчальної дисципліни «Теорія множин» аспірант повинен

знати:

основні поняття, аксіоми і теореми з теорії множин;

вміти:

- застосовувати аксіоми аксіоматики Цермело-Френкеля;
- використовувати трансфінітну індукцію;
- виконувати операції над ординалами та кардиналами;
- застосовувати аксіому вибору.

4. ПРОГРАМНІ КОМПЕТЕНТНОСТІ ТА РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Інтегральна компетентність:

- ІК 1. Здатність розв'язувати складні математичні проблеми у професійній та дослідницькій діяльності, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних знань з сучасних методів математики та/або застосування їх у професійній діяльності.

Загальні компетентності:

- ЗК 1. Розуміння концептуальних і методологічних основ у галузі науково-дослідної та/або професійної діяльності і на межі предметних галузей.
- ЗК 8. Здатність формувати дослідницьке поле власного наукового дослідження у відповідності до сучасної парадигми наукового знання.

Фахові компетентності:

- ФК 1. Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької або практичної діяльності у сфері математики.
- ФК 2. Здатність виявляти актуальні математичні проблеми і використовувати поглиблені знання з математики.
- ФК 3. Здатність формулювати та доводити математичні твердження, вміти правильно формувати висновки.
- ФК 5. Здатність реалізовувати знання з фундаментальних методів алгебри, математичної логіки, геометрії, топології, теорії ймовірності,

статистики тощо у теоретичних дослідженнях та при розв'язуванні конкретних прикладних задач.

- ФК 8. Здатність вибирати правильний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв'язання конкретних дослідницьких задач.

Програмні результати навчання:

- ПРН 3. Мати глибинні знання з наукового напрямку та широку ерудицію в галузі математики.
- ПРН 6. Застосовувати загальнофілософські та загальнонаукові принципи та методи досліджень при виконанні власної дисертаційної роботи.
- ПРН 7. Критично сприймати та аналізувати існуючі думки й ідеї, формулювати власні гіпотези, шукати шляхи розв'язання наукових проблем.
- ПРН 11. Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми.
- ПРН 12. Вміння самостійно розв'язувати складні математичні задачі, доводити теореми, будувати приклади.
- ПРН 14. Вміти аналізувати відомі математичні методи наукових досліджень та використовувати їх у подальшій науковій роботі.
- ПРН 24. Дотримуватися при формуванні дослідницького поля власного оригінального наукового дослідження засадничих принципів логіки наукового пізнання, використовувати релевантну дослідницьку методологію.

5. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ

| Обсяг навчальної дисципліни | |
|------------------------------------|--------------------------|
| Вид заняття | Загальна кількість годин |
| Лекції | 20 |
| Практичні заняття | 10 |
| Самостійна робота | 60 |

| Ознаки дисципліни | | | |
|-------------------------------------|---------------|----------------------|------------|
| Рівень освіти | Рік / семестр | Спеціальність(-ості) | Статус |
| науково-освітній (доктор філософії) | 1-й / 2-й | 111 — Математика | нормативна |

| Тематика навчальної дисципліни | | | | | | |
|---|-----------------|------|-----|------|------|------|
| Назви змістових модулів і тем | Кількість годин | | | | | |
| | вс. | лек. | пр. | лаб. | інд. | сам. |
| Семестр 2 | | | | | | |
| Змістовий модуль 1. Теорія множин. | | | | | | |
| Тема 1. Роль і побудова теорії множин: найвна теорія множин, шляхи виходу з кризи математики, кроки, праелементи та існування множин, позначення і мо-ва. [2, 4, 5] | 9 | 2 | 1 | | | 6 |
| Тема 2. Аксиоми теорії множин: рівність та існування множин, об'єднання і степенева множина, дія операції на елементи множини, мінімальні елементи. [4, 1, 5, 7] | 8 | 2 | 1 | | | 5 |

| Тематика навчальної дисципліни | | | | | | |
|---|-----------------|------|-----|------|------|------|
| Назви змістових модулів і тем | Кількість годин | | | | | |
| | вс. | лек. | пр. | лаб. | інд. | сам. |
| Тема 3. <i>Перші наслідки з аксіом та інструментарій теорії множин.</i> [2, 3, 4, 5, 6] | 8 | 2 | 1 | | | 5 |
| Тема 4. <i>Нескінченність та математична індукція.</i> [2, 4, 1, 7] | 9 | 2 | 1 | | | 6 |
| Тема 5. <i>Порядкові числа.</i> [2, 3, 1, 5, 7, 6] | 8 | 2 | 1 | | | 5 |
| Тема 6. <i>Означення за індукцією. Кроки.</i> [4, 1, 5, 6] | 9 | 2 | 1 | | | 6 |
| Тема 7. <i>Цілком впорядковані множини. Арифметика ординалів.</i> [2, 4, 1, 5, 6] | 9 | 2 | 1 | | | 6 |
| Тема 8. <i>Аксіома вибору. Потужності.</i> [4, 1, 5, 7] | 9 | 2 | 1 | | | 6 |
| Тема 9. <i>Застосування аксіоми вибору.</i> [4, 1, 7] | 10 | 2 | 1 | | | 7 |
| Тема 10. <i>Потужності і кардинальні числа.</i> [4, 1, 5, 7, 6] | 11 | 2 | 1 | | | 8 |
| Всього за модуль: | 90 | 20 | 10 | | | 60 |
| Всього за семестр: | 90 | 20 | 10 | | | 60 |
| Усього годин: | 90 | 20 | 10 | | | 60 |

6. ФОРМИ І МЕТОДИ НАВЧАННЯ

- традиційні лекції
- проблемні лекції
- практичні заняття
- робота з джерелами
- методи активації
- методи дискусії
- ігрові методи
- методи колективної співпраці

- проблемні методи

7. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Загальна система оцінювання навчальної дисципліни. Всі форми поточного та підсумкового контролю, крім виконання індивідуального завдання, проводяться очно, винятки можливі з обґрунтованих медичних підстав та міркувань безпеки.

Контроль протягом семестру. Володіння матеріалом дисципліни аспіранти виявляють під час виконання аудиторної контрольної роботи (максимальна оцінка до 40 балів), тестування (максимальна оцінка до 30 балів) та індивідуального завдання (після захисту — до 30 балів). За активність на практичних заняттях може бути додано до 5 балів.

Вимоги до письмових робіт. Письмові роботи виконуються від руки, електронний варіант припустимий тільки для програмної реалізації, якщо вона передбачена завданням.

Умови отримання заліку. Аспірант отримує залік, якщо протягом семестру він здобув принаймні половину (тобто 50) з 100 можливих, причому виконав і захистив всі контрольні роботи і індивідуальне завдання.

Сума балів за семестр визначає підсумкову оцінку згідно поданої нижче таблиці.

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка ЄКТС | Оцінка за національною шкалою |
|--|-------------|-------------------------------|
| 90 – 100 | A | відмінно |
| 80 – 89 | B | добре |
| 70 – 79 | C | добре |
| 60 – 69 | D | задовільно |
| 50 – 59 | E | достатньо |
| 1 – 49 | FX | незадовільно |

Критерії оцінювання навчальних досягнень

(відповідно до Положення про організацію освітнього процесу)

— **«відмінно»** — здобувач освіти міцно засвоїв теоретичний матеріал, глибоко і всебічно знає зміст навчальної дисципліни, основні положення рекомендованої літератури, логічно мислить і будує відповідь, вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу, висловлює своє ставлення до тих чи інших проблем, демонструє високий рівень засвоєння практичних навичок;

— **«добре»** – здобувач освіти добре засвоїв теоретичний матеріал, володіє основними аспектами рекомендованої літератури, аргументовано викладає його; має практичні навички, висловлює свої міркування з приводу тих чи інших проблем, але припускається певних неточностей і похибок у логіці викладу теоретичного матеріалу або при аналізі практичного матеріалу;

— **«задовільно»** – здобувач освіти в основному опанував теоретичними знаннями навчальної дисципліни, орієнтується в першоджерелах та рекомендованій літературі, але непереконливо відповідає, плутає поняття, додаткові питання викликають невпевненість або відсутність стабільних знань; відповідаючи на запитання практичного характеру, виявляє неточності у знаннях, не вміє оцінювати факти та явища, пов'язувати їх із майбутньою діяльністю;

— **«незадовільно»** – здобувач освіти не опанував навчальний матеріал дисципліни, не знає наукових фактів, визначень, майже не орієнтується в рекомендованій літературі, відсутнє наукове мислення, практичні навички не сформовані.

8. ПОЛІТИКА КУРСУ

Письмові роботи, крім індивідуального завдання, здаються у день написання. Здавання індивідуального завдання після передбаченого терміну може бути підставою зниження оцінки максимально на 10 балів.

Академічна доброчесність. Важливим є надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності та посилення на джерела інформації у разі використання ідей, відомостей, розробок.

Відвідування занять є обов'язковим. Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекцій з неповажної причини, а також пропуск практичних занять, незалежно від причини пропуску, відпрацьовується аспірантом у формі додаткових пунктів індивідуального завдання, за невиконання чи неправильне виконання яких може бути знято до 5 балів. Пропущені контрольні роботи перескладаються викладачеві до складання підсумкового контролю.

Неформальна освіта. Результати неформальної освіти, пов'язані з тематикою курсу, як наприклад, проходження курсів на платформах Coursera, Udeemy, Udacity, Prometheus, EdEra та інших, що підтверджені відповідними сертифікатами, можуть бути зараховані як можуть бути зараховані як індивідуальне завдання. Радимо попередньо з'ясувати можливість зарахування з викладачем дисципліни.

9. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Дрозд Ю.А. Основи математичної логіки. — К., КНУТШ, 2003.
2. Никифорчин О.Р. Елементи теорії множин / О.Р. Никифорчин. — м.Івано-Франківськ, Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника. — 2022. — 88 с.
3. Banach T. Classical Set Theory: Theory of Sets and Classes, v.2, 20.10.2022, <https://arxiv.org/abs/2006.01613v2>.
4. Ciesielski K. Set Theory for the Working Mathematician. London Mathematical Society Student Texts 39, Cambridge University Press, London, 1997.
5. Hrbacek K., Jech T. Introduction to Set Theory, 3rd ed. Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics 220, Marcel Dekker, New York, Basel, 1999.

Допоміжна література

6. Ebbinghaus H.-D., Flum J., Thomas W. Mathematical Logic, 3rd ed. – Springer, 2021. – 313 p.
7. Kleene S. C. Mathematical Logic. – Courier Corporation, 2013. – 416 p.
8. Mendelson E. Introduction to Mathematical Logic. 6th ed. – CRC Press, 2015. – 513 p.

РЕКОМЕНДОВАНІ ОСВІТНІ ПЛАТФОРМИ ДЛЯ НЕФОРМАЛЬНОЇ ОСВІТИ

Coursera <https://www.coursera.org/>

Udemy <https://www.udemy.com/>

Udacity <https://www.udacity.com/courses/all>

Prometheus <https://prometheus.org.ua/>

EdEra <https://www.ed-era.com/>

Викладач

Гаврилків В.М.