

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА



Факультет математики та інформатики
Кафедра математичного і функціонального аналізу

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
«АКСІОМАТИЧНА ТЕОРІЯ МНОЖИН»

Рівень вищої освіти: Третій (освітньо-науковий)

Освітня програма: Математика

Спеціальність: 111 Математика

Галузь знань: 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № 1 від 26 серпня 2025 р.

м. Івано-Франківськ – 2025 р.

1. Загальна інформація

Назва дисципліни	Аксиоматична теорія множин
Викладач	Попов Михайло Михайлович
Контактний телефон викладача	0957495919
E-mail викладача	misham.popov@gmail.com
Формат дисципліни	Очний/заочний
Обсяг дисципліни	3 кредити ЄКТС, 90 год.
Посилання на сайт дистанційного навчання	https://d-learn.pnu.edu.ua/
Консультації	Очні та онлайн консультації: згідно розкладу консультацій

2. Анотація до навчальної дисципліни

Предметом вивчення навчальної дисципліни є аксиоматична теорія множин в математиці.

3. Мета та цілі навчальної дисципліни

Метою вивчення навчальної дисципліни є оволодіння майбутніми спеціалістами аксиоматичним підходом до поняття множини в математиці. Усвідомлення того, що вся математика може бути побудованою, виходячи з порожньої множини за допомогою чітких правил побудови нових множин, є просуванням на новий рівень знань і відкриває молодому математику шлях до нових потужних методів дослідження.

Основними цілями вивчення дисципліни є засвоєння аспірантами аксиоматичної системи аксіом Цермело-Френкеля на підставі необхідних знань з математичної логіки, теорії ординалів, кардиналів, початок теорії моделей та ідеї методу форсингу доведення результатів про незалежність.

4. Програмні компетентності та результати навчання

Загальні компетентності:

ЗК-12. Здатність аналізувати інформацію подану в різних наукових джерелах, формувати на їхньому тлі власну дослідницьку позицію та професійно вести наукову дискусію

Фахові компетентності:

ФК-1. Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької або практичної діяльності у сфері математики

ФК-2. Здатність виявляти актуальні математичні проблеми і використовувати поглиблені знання з математики

ФК-3. Здатність формулювати та доводити математичні твердження, вміти правильно формувати висновки

ФК-4. Здатність реалізовувати знання з фундаментальних методів математичного, комплексного та функціонального аналізу у теоретичних дослідженнях та при розв'язанні конкретних прикладних задач

ФК-8. Здатність вибирати правильний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв'язання конкретних дослідницьких задач

Програмні результати навчання:

ПРН-3. Мати глибинні знання з наукового напрямку та широку ерудицію в галузі математики

ПРН-7. Критично сприймати та аналізувати існуючі думки й ідеї, формулювати власні гіпотези, шукати шляхи розв'язання наукових проблеми

ПРН-11. Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми

ПРН-12. Вміти самостійно розв'язувати складні математичні задачі, доводити теореми, будувати приклади

ПРН-14. Вміти аналізувати відомі математичні методи наукових досліджень та використовувати їх у подальшій науковій роботі

5. Організація навчання

Обсяг навчальної дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
лекції	20
семінарські заняття / практичні / лабораторні	10
самостійна робота	60

Ознаки навчальної дисципліни			
Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Нормативний / вибіркового
III	111 Математика	II	вибірковий

Тематика навчальної дисципліни			
Тема	кількість год.		
	лекції	заняття	сам. роб
Тема 1. Теорії першого порядку. Синтаксис теорії множин. Символи теорії першого порядку. Терми і формули. Інтерпретації та моделі. Формули та класи в теорії множин. Логічні аксіоми. Теорема Льовенгейма-Скулема.	6	4	16
Тема 2. Аксіоми ZFC. Нагадування про аксіоми, ординали і регулярні множини. Перша теорема фон Неймана ($V=\Pi$). Розв'язування задач про ординали.	4	2	14
Тема 3. Транзитивні моделі. Абсолютні формули та операції. Сумісність аксіоми регулярності (друга теорема фон Неймана) і теорема Мостовського про ізоморфізм.	6	2	14
Тема 4. Метод форсингу. Геделівські операції та ординальна визначеність. Ультрарепені і теорема Скотта. Повні булеві алгебри. Метод форсингу та булевозначні моделі.	4	2	16
ЗАГ.:	20	10	60

6. Система оцінювання навчальної дисципліни

Загальна система оцінювання навчальної дисципліни	<p>100 балів: 50 балів – теоретична частина. 50 балів – практична частина.</p> <p>Критерії оцінювання знань, умінь і навичок студентів: 90 – 100 (відмінно) – студент демонструє повні і глибокі знання навчального матеріалу, достовірний рівень розвитку умінь та навичок, правильне й обґрунтоване формулювання практичних висновків, наводить повний обґрунтований розв'язок прикладів та задач, аналізує причинно-наслідкові зв'язки; вільно володіє науковими термінами; 70 – 89 (добре) – студент демонструє повні знання навчального матеріалу, але допускає незначні пропуски фактичного матеріалу, вміє застосувати його до розв'язання конкретних прикладів та задач, у деяких випадках нечітко формулює загалом правильні відповіді, допускає окремі несуттєві помилки та неточності розв'язках; 50 – 69 (задовільно) – студент володіє більшою частиною</p>
---	--

	<p>фактичного матеріалу, але викладає його не досить послідовно і логічно, допускає істотні пропуски у відповіді, не завжди вміє правильно застосувати набуті знання до розв'язання конкретних прикладів та задач, нечітко, а інколи й невірно формулює основні твердження та причинно-наслідкові зв'язки;</p> <p>0 – 49 (незадовільно) – студент не володіє достатнім рівнем необхідних знань, умінь, навичок, науковими термінами.</p>
Вимоги до письмових робіт	<p>Відповідно до навчального плану, аспірант виступає з теоретичними доповідями по питаннях з тем предмету та розв'язує задачі. Головна їх мета – перевірка самостійної роботи студентів в процесі навчання, виявлення ступеня засвоєння ними теоретичних положень курсу. При розв'язанні задач студент має детально вказувати, яким саме був хід його роздумів, якими формулами він користувався.</p>
Практичні заняття	<p>Практичні заняття проводяться з метою формування у студентів умінь і навичок з курсу, вирішення сформульованих завдань, їх перевірка та оцінювання. За метою і структурою практичні заняття є ланцюжком, який пов'язує теоретичне навчання і навчальну практику з курсу, а також передбачає попередній контроль знань студентів. Оцінки за практичні заняття враховуються при виставленні підсумкової оцінки з курсу.</p>
Умови допуску до підсумкового контролю	<p>Оцінка за опитування та практичну частину має бути не менша, ніж 50 балів.</p>
Підсумковий контроль	<p>Форма контролю: залік. Форма здачі: комбінована.</p> <ul style="list-style-type: none"> – оцінка за поточне тестування (20 балів); – оцінка за відповіді на всі основні та додаткові запитання під час аудиторних занять (30 балів); – оцінка за контрольну роботу (30 балів); – оцінка за самостійну роботу (20 балів).

7. Політика навчальної дисципліни

<p><u>Письмові роботи:</u> Самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей).</p> <p><u>Академічна доброчесність:</u> Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника. Детальніше: https://pnu.edu.ua/polozhennia-pro-zapobihannia-plahiatu/</p>

Відвідування занять

Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом. Пропущені практичні заняття, незалежно від причини пропуску, студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні незадовільні оцінки, отримані студентом під час засвоєння відповідної теми на практичному занятті, перескладаються викладачеві, який веде заняття до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

Неформальна освіта:

Результат може бути зарахований за умови повної відповідності програм та відповідно до Положення про визнання результатів навчання, здобутих шляхом неформальної освіти, в Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника <https://nmv.pnu.edu.ua/wp-content/uploads/sites/118/2022/11/neformalna-osvita.pdf>

8. Рекомендована література

1. Маслюченко В.К. Елементи теорії множин / Чернівці : Рута. – 2002. – 132 с.
2. Попов М.М. Аксиоматична теорія множин. Частина I. Система аксіом ZFC і вступ до теорії моделей / Чернівці : Рута. – 2011. – 80 с.
3. Попов М.М. Короткий курс математичної логіки та аксиоматичної теорії множин. – Online – підручник: <http://kafedra.schoolsite.org.ua/Personal/ML3.pdf>
4. Jech Th. Set Theory. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 2006. – 769p.
5. Kunen K. Set theory. An introduction to independence proofs. Amsterdam: North-Holland, 1995. – 313 p.
6. Roitman J. Introduction to modern set theory. New York: Wiley-Interscience Publication, 1991. – 156 p.

Викладач *Михайло Попов*, провідний науковий співробітник