

Міністерство освіти і науки України
Карпатський національний університет імені Василя Стефаника

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Голова Приймальної комісії
_____ Валентина ЯКУБІВ
« ____ » _____ 2026 р.

ПРОГРАМА
вступного випробування з
ДОДАТКОВІ РОЗДІЛИ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ТА АЛГЕБРИ І
ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ
для зарахування на навчання за освітньо-науковим ступенем доктора філософії
за спеціальністю
E7 – математика
на основі освітнього рівня магістра (освітньо-кваліфікаційного ступеня
спеціаліста) при прийомі на навчання у 2026 році
за несуміжною спеціальністю

Розглянуто та схвалено
на засіданні Приймальної комісії
Карпатського національного
університету імені Василя Стефаника
Протокол № ____ від _____ 2026 р.

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Метою вступного випробування з “Додаткових розділів математичного аналізу та алгебри і теорії чисел” є перевірка знань і відбір вступників для зарахування на навчання за ступенем доктора філософії за спеціальністю E7 – математика при прийомі на навчання на основі освітньо-кваліфікаційного рівня/ступеня спеціаліста/магістра до Карпатського національного університету імені Василя Стефаника у 2026 році для несуміжних спеціальностей.

Програма містить основні питання з математики та перелік рекомендованої літератури.

Наведений перелік питань, які виносяться на вступне випробування, дасть можливість вступнику систематизувати свої знання та допоможе зорієнтуватися, на які питання треба звернути увагу при підготовці до вступного випробування.

Перелік рекомендованої літератури сприятиме у пошуку і підборі джерел підготовки для вступного випробування.

ОСНОВНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ

1. Алгебра і теорія чисел

1. Множини, відображення, відношення. Принцип математичної індукції. Підстановки, властивості. Поняття про основні алгебраїчні структури. Поле комплексних чисел.
2. Кільце поліномів від однієї змінної. Подільність в кільці поліномів від однієї змінної. Алгоритм Евкліда, НСД, НСК. Корені поліномів, звідність поліномів, основна теорема теорії поліномів. Відокремлення кратних множників полінома. Поліноми над числовими полями.
3. Кільце поліномів від багатьох змінних. Лексикографічне розміщення членів полінома. Симетричні поліноми. Основна теорема про симетричні поліноми. Результат поліномів. Дискримінант полінома.
4. Кільце цілих чисел. Подільність в кільці цілих чисел. Неперервні (ланцюгові) дроби. Ціла і дробова частини числа. Трансцедентні числа. Системи числення.
5. Елементи теорії конгруенцій першого степеня. Означення і властивості конгруенцій. Класи лишків за модулем. Способи розв'язування конгруенцій 1-го степеня. Теореми Ейлера і Ферма. Системи конгруенцій 1-го степеня, способи їх розв'язування.
6. Конгруенції вищих степенів. Розв'язування конгруенцій 2-го степеня. Конгруенції 2-го степеня. Критерій Ейлера, символ Лежандра. Показник числа за модулем. Первісні корені. Індеси за простим модулем. Застосування теорії конгруенцій.
7. Основи теорії груп. Групи, підгрупи, перетин підгруп. Типи груп. Розбиття групи за підгрупою. Фактор-група. Гомоморфізм груп. Основна теорема про гомоморфізми. Елементи теорії представлень груп.

8. Елементи теорії кілець і полів. Кільце, підкільце, ізоморфізм кілець. Фактор-кільця, ідеали кілець, характеристика кілець. Побудова скінченних полів.

2. Лінійна алгебра

1. Системи лінійних рівнянь. Сумісність, визначеність. Критерій сумісності. Системи лінійних однорідних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків. Методи Гаусса і Крамера розв'язування системи лінійних рівнянь.

2. Матриці і дії над ними. Обернена матриця. Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь.

3. Многочлени, їх звідність. Ділення многочленів. Корені многочленів. Теорема Вієта.

4. Многочлени від багатьох змінних. Симетричні многочлени. Результант. Дискримінант.

5. Лінійні оператори. Характеристичне рівняння, спектр, слід, мінімальний многочлен, власні значення і власні вектори лінійного оператора, діагональна форма матриці..

6. Канонічна форма матриці лінійного оператора: жорданова форма матриці; знаходження функцій від оператора; теорема Гамільтона-Келі.

7. Спектральна теорія самоспряжених операторів: білінійна та квадратична форми оператора: теорема про існування спряженого оператора; самоспряжений оператор, матриці спряженого та самоспряженого операторів; власні числа та власні вектори самоспряженого оператора.

8. Квадратичні форми. Закон інерції квадратичних форм. Додатно- та від'ємно-визначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра. Зведення квадратичних форм до канонічного виду.

3. Математичний аналіз

1. Функції однієї змінної: границя функції в точці; основні теореми для функцій, які мають границі. Неперервні функції та їх основні властивості. Обернена функція та умови її існування.

2. Похідна функції: означення та правила обчислення похідних; умови існування похідної; диференціал функції, похідні та диференціали вищих порядків; формула Тейлора; дослідження функції на екстремум.

3. Невизначений інтеграл: означення, властивості та методи інтегрування.

4. Визначений інтеграл: означення, властивості, класи інтегрованих функцій.

5. Числові ряди: означення збіжності; критерій Коші; критерій та ознаки збіжності рядів з невід'ємними членами; абсолютно і умовно збіжні ряди. Властивості абсолютно та умовно збіжних рядів.

6. Функціональні ряди: означення, критерій та ознаки рівномірної збіжності, властивості рівномірно збіжних рядів, почленне диференціювання та інтегрування; степеневі ряди та їх основні властивості, розклад елементарних функцій у степеневі ряди.

7. Функції кількох змінних: границя в точці; неперервність; властивості неперервних функцій на компактах; частинні похідні; диференційованість; формула Тейлора; похідна за напрямом, градієнт, неявні функції, теореми

існування неявної функції.

8. Невласні інтеграли: означення, властивості, ознаки збіжності; властивості функцій, що визначаються невластивими інтегралами. Інтеграли, що залежать від параметра: диференційовність та інтегрування по параметру.

9. Кратні інтеграли: означення, властивості, обчислення; невластиві кратні інтеграли.

10. Криволінійні та поверхневі інтеграли: означення, властивості, обчислення, формула Гріна, Гауса-Остроградського, Стокса.

ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Завало С.Т. Курс алгебри. - К.: Вища школа, 1985.
2. Заболоцький М.В., Сторож О.Г., Тарасюк С.І. Математичний аналіз. – Київ: Знання, 2008.
3. Математичний аналіз у задачах і прикладах. Частина 1 / Укл: Л.І. Дюженкова, Т.В. Колесник, М.Я. Ляшенко, Г.О. Михалін, М.І. Шкіль.– Київ: Вища школа, 2002.
4. Математичний аналіз у задачах та прикладах. Частина 2 / Укл. Л.І. Дюженкова, Т.В. Колесник, М.Я. Ляшенко., Г.О. Михалін, М.І. Шкіль. – Київ: Вища школа, 2003. 470 с.
5. Практикум з математичного аналізу. Частина I. / Т.В. Васишлин, А.В. Загороднюк, І.Я. Івасюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, М.В. Марцінків, С.І. Никорович, А.В. Соломко, С.В. Шарин. 6-те вид., переробл.і доповн. Івано-Франківськ: ПП Голіней О.В., 2025. 176 с.
6. Практикум з математичного аналізу. Частина II. / Т.В. Васишлин, А.В. Загороднюк, І.Я. Івасюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, М.В. Марцінків, С.І. Никорович, А.В. Соломко, С.В. Шарин. 6-те вид., переробл.і доповн. Івано-Франківськ: ПП Голіней О.В., 2025. 83 с.
7. Практикум з математичного аналізу. Частина III. / Т.В. Васишлин, А.В. Загороднюк, І.Я. Івасюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, М.В. Марцінків, С.І. Никорович, А.В. Соломко, С.В. Шарин. 4-те вид., переробл.і доповн. Івано-Франківськ: ПП Голіней О.В., 2025. 191 с.
8. Практикум з математичного аналізу. Частина IV. / Т.В. Васишлин, А.В. Загороднюк, І.Я. Івасюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, М.В. Марцінків, С.І. Никорович, А.В. Соломко, С.В. Шарин. 3-те вид., переробл.і доповн. Івано-Франківськ: ПП Голіней О.В., 2025. 174 с.
9. Практикум з математичного аналізу. Частина V. / А.В. Загороднюк, І.Я. Івасюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, М.В. Марцінків, С.І. Никорович, А.В. Соломко, С.В. Шарин. 4-те вид., переробл.і доповн. Івано-Франківськ: ПП Голіней О.В., 2025. 169 с.
10. Никифорчин О. Лінійна алгебра з елементами геометрії. – Івано-Франківськ: Прикарпатський національний університет, 2022.
11. Гаврилків В. Елементи теорії груп та теорії кілець. – Івано-Франківськ: Голіней, 2016.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Порядок проведення та критерії оцінювання вступних випробувань регулюється Положенням про організацію вступних випробувань у Карпатський національний університет імені Василя Стефаника.

Голова комісії

(підпис)

Андрій ЗАГОРОДНЮК