

Міністерство освіти і науки України  
Карпатський національний університет імені Василя Стефаника

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Голова Приймальної комісії  
\_\_\_\_\_ Валентина ЯКУБІВ  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2026 р.

ПРОГРАМА  
вступного випробування з  
МАТЕМАТИКА  
для зарахування на навчання за освітньо-науковим ступенем доктора філософії  
за спеціальністю  
E7 – математика  
на основі освітнього рівня магістра (освітньо-кваліфікаційного ступеня  
спеціаліста) при прийомі на навчання у 2026 році

Розглянуто та схвалено  
на засіданні Приймальної комісії  
Карпатського національного  
університету імені Василя Стефаника  
Протокол № \_\_\_\_ від \_\_\_\_\_ 2026 р.

Івано-Франківськ – 2026

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Метою вступного випробування з “Математики” є перевірка знань і відбір вступників для зарахування на навчання за ступенем доктора філософії за спеціальністю E7 – математика при прийомі на навчання на основі освітньо-кваліфікаційного рівня/ступеня спеціаліста/магістра до Карпатського національного університету імені Василя Стефаника у 2026 році за суміжною спеціальністю.

Програма містить основні питання з математики та перелік рекомендованої літератури.

Наведений перелік питань, які виносяться на вступне випробування, дасть можливість вступнику систематизувати свої знання та допоможе зорієнтуватися, на які питання треба звернути увагу при підготовці до вступного випробування.

Перелік рекомендованої літератури сприятиме у пошуку і підборі джерел підготовки для вступного випробування.

### ОСНОВНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ

#### 1. Математичний аналіз

1. Функції однієї змінної: границя функції в точці; основні теореми для функцій, які мають границі. Неперервні функції та їх основні властивості. Обернена функція та умови її існування.
2. Похідна функції: означення та правила обчислення похідних; умови існування похідної; диференціал функції, похідні та диференціали вищих порядків; формула Тейлора; дослідження функції на екстремум.
3. Невизначений інтеграл: означення, властивості та методи інтегрування.
4. Визначений інтеграл: означення, властивості, класи інтегрованих функцій.
5. Числові ряди: означення збіжності; критерій Коші; критерій та ознаки збіжності рядів з невід’ємними членами; абсолютно і умовно збіжні ряди. Властивості абсолютно та умовно збіжних рядів.
6. Функціональні ряди: означення, критерій та ознаки рівномірної збіжності, властивості рівномірно збіжних рядів, почленне диференціювання та інтегрування; степеневі ряди та їх основні властивості, розклад елементарних функцій у степеневі ряди.
7. Функції кількох змінних: границя в точці; неперервність; властивості неперервних функцій на компактах; частинні похідні; диференційованість; формула Тейлора; похідна за напрямом, градієнт, неявні функції, теореми існування неявної функції.
8. Невласні інтеграли: означення, властивості, ознаки збіжності; властивості функцій, що визначаються невластними інтегралами. Інтеграли, що залежать від параметра: диференційовність та інтегрування по параметру.
9. Кратні інтеграли: означення, властивості, обчислення; невластні кратні інтеграли.
10. Криволінійні та поверхневі інтеграли: означення, властивості, обчислення, формула Гріна, Гауса-Остроградського, Стокса.

## 2. Алгебра

1. Системи лінійних рівнянь. Сумісність, визначеність. Критерій сумісності. Системи лінійних однорідних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків. Методи Гаусса і Крамера розв'язування системи лінійних рівнянь.
2. Матриці і дії над ними. Обернена матриця. Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь.
3. Многочлени, їх звідність. Ділення многочленів. Корені многочленів. Теорема Вієта.
4. Многочлени від багатьох змінних. Симетричні многочлени. Результант. Дискримінант.
5. Лінійні оператори. Характеристичне рівняння, спектр, слід, мінімальний многочлен, власні значення і власні вектори лінійного оператора, діагональна форма матриці..
6. Канонічна форма матриці лінійного оператора: жорданова форма матриці; знаходження функцій від оператора; теорема Гамільтона-Келі.
7. Спектральна теорія самоспряжених операторів: білінійна та квадратична форми оператора: теорема про існування спряженого оператора; самоспряжений оператор, матриці спряженого та самоспряженого операторів; власні числа та власні вектори самоспряженого оператора.
8. Квадратичні форми. Закон інерції квадратичних форм. Додатно- та від'ємно-визначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра. Зведення квадратичних форм до канонічного виду.
9. Поняття групи, підгрупи. Циклічні групи. Фактор-група. Морфізми груп. Типи груп.
10. Поняття кільця, поля. Види кілець. Кільце квадратичних матриць, кільце класів лишків, кільце многочленів. Характеристика поля. Поле раціональних дробів.

## 3. Аналітична та диференціальна геометрія. Топологія.

1. Пряма на площині. Пряма і площина в просторі. Взаємне розміщення площин, прямих і площин у просторі.
2. Лінії другого порядку: еліпс, гіпербола, парабола, їх основні властивості та зображення.
3. Формули Френе для плоских та просторових кривих.
4. Перша і друга квадратичні форми поверхні. Головні кривини. Теорема Гаусса-Бонне.
5. Метричні простори. Границя послідовності. Повнота і поповнення метричного простору.
6. Топологія та способи її задання. База, передбаза, повна система околів. Оператор замикання та теорема Куратовського.
7. Властивості точок і множин в метричних і топологічних просторах: точка дотику, гранична точка, внутрішня точка, точка межі, відкрита множина, замкнена множина. Замикання і внутрішність.
8. Неперервні відображення метричних та топологічних просторів. Приклади.

9. Зв'язність та лінійна зв'язність. Локальна зв'язність та лінійна зв'язність. Взаємозв'язок між ними.
10. Аксиоми відокремленості. Велика лема Урисона та теорема Брауера-Тітце-Урисона про продовження функцій.
11. Метризація. Метризовність просторів з другою аксіомою зліченності.
12. Компактні та локально компактні простори. Компакти в евклідових просторах.
13. Способи побудови нових просторів: підпростори, топологічні суми, фактор-простори та добутки.

#### 4. Функціональний аналіз та інтегральні рівняння

1. Міра множин: означення та властивості; міра Лебега.
2. Вимірні функції: означення, основні властивості.
3. Інтеграл Лебега: означення, основні властивості; теореми про граничний перехід під знаком інтеграла.
4. Метричні простори: означення, приклади, повнота, сепарабельність; принцип нерухомої точки та його застосування.
5. Теорема Бера про категорії.
6. Банахові та гільбертові простори: означення, приклади, властивості норми та скалярного добутку.
7. Лінійні неперервні функціонали та оператори: означення, властивості, норма, обернені оператори.
8. Продовження лінійних функціоналів. Теорема Гана-Банаха.
9. Теорема про обернений оператор. Теорема про замкнений графік.
10. Принцип рівномірної обмеженості Банаха-Штейнгауса.
11. Слабка топологія і слабка збіжність. \*-слабка топологія. Теорема Алаоглу про компактність кулі у \*-слабкій топології.
12. Компактні множини і компактні оператори в банахових просторах: означення, властивості: теореми Фредгольма для операторних рівнянь 2-го роду з компактними операторами.
13. Резольвента і спектр оператора: означення, властивості, спектр компактних і самоспряжених операторів.
14. Узагальнені функції: означення, приклади; диференціювання.

#### 5. Аналітичні функції комплексної змінної.

1. Означення та приклади аналітичних функцій.
2. Інтегральна теорема та формула Коші.
3. Розклад аналітичної функції в ряд Тейлора.
4. Ряд Лорана. Класифікація особливих точок.
5. Лишки: означення; основна теорема; обчислення інтегралів з допомогою лишків.

## 6. Диференціальні рівняння.

1. Теорема існування та єдності розв'язків задачі Коші для рівнянь та систем рівнянь.
2. Лінійні диференціальні рівняння: структура загального розв'язку; знаходження розв'язків лінійних рівнянь та систем із сталими коефіцієнтами; методи знаходження частинних розв'язків неоднорідних рівнянь та систем.
3. Крайові задачі для лінійних рівнянь: теореми існування; інтегральне зображення розв'язку за допомогою функції Гріна; власні значення та власні функції однорідної крайової задачі для рівнянь Штурма-Ліувілля.
4. Диференціальні рівняння з частинними похідними першого порядку; побудова загального розв'язку; розв'язність задачі Коші.
5. Класифікація рівнянь з частинними похідними: рівняння 2-го порядку, їх типи та зведення до канонічної форми; гіперболічні, еліптичні, параболічні рівняння довільного порядку.

### ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Заболоцький М.В., Сторож О.Г., Тарасюк С.І. Математичний аналіз. – Київ: Знання, 2008.
2. Математичний аналіз у задачах і прикладах. Частина 1 / Укл: Л.І. Дюженкова, Т.В. Колесник, М.Я. Ляшенко, Г.О. Михалін, М.І. Шкіль.– Київ: Вища школа, 2002.
3. Математичний аналіз у задачах та прикладах. Частина 2 / Укл. Л.І. Дюженкова, Т.В. Колесник, М.Я. Ляшенко., Г.О. Михалін, М.І. Шкіль. – Київ: Вища школа, 2003. 470 с.
4. Практикум з математичного аналізу. Частина I. / Т.В. Васишин, А.В. Загороднюк, І.Я. Івасюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, М.В. Марцінків, С.І. Никорович, А.В. Соломко, С.В. Шарин. 6-те вид., переробл.і доповн. Івано-Франківськ: ПП Голіней О.В., 2025. 176 с.
5. Практикум з математичного аналізу. Частина II. / Т.В. Васишин, А.В. Загороднюк, І.Я. Івасюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, М.В. Марцінків, С.І. Никорович, А.В. Соломко, С.В. Шарин. 6-те вид., переробл.і доповн. Івано-Франківськ: ПП Голіней О.В., 2025. 83 с.
6. Практикум з математичного аналізу. Частина III. / Т.В. Васишин, А.В. Загороднюк, І.Я. Івасюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, М.В. Марцінків, С.І. Никорович, А.В. Соломко, С.В. Шарин. 4-те вид., переробл.і доповн. Івано-Франківськ: ПП Голіней О.В., 2025. 191 с.
7. Практикум з математичного аналізу. Частина IV. / Т.В. Васишин, А.В. Загороднюк, І.Я. Івасюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, М.В. Марцінків, С.І. Никорович, А.В. Соломко, С.В. Шарин. 3-те вид., переробл.і доповн. Івано-Франківськ: ПП Голіней О.В., 2025. 174 с.
8. Практикум з математичного аналізу. Частина V. / А.В. Загороднюк, І.Я. Івасюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, М.В. Марцінків, С.І.

- Никорович, А.В. Соломко, С.В. Шарин. 4-те вид., переробл.і доповн. Івано-Франківськ: ПП Голіней О.В., 2025. 169 с.
9. Никифорчин О. Лінійна алгебра з елементами геометрії. – Івано-Франківськ: Прикарпатський національний університет, 2022.
  - 10.Шкіль М.І., Лейфура В.М., Самусенко П.Ф. Диференціальні рівняння. – К.: Техніка, 2003.
  - 11.Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. – К.: Либідь, 2003.
  - 12.Кривошея С.А., Перестюк М.О., Бурим В.М. Диференціальні та інтегральні рівняння. – К.: Либідь, 2004.
  - 13.Лавренюк С.П. Курс диференціальних рівнянь. – Львів: Вид-во наук.-техн. Л-ри, 1997.
  - 14.Гой Т.П., Казмерчук А.І., Федак І.В. Звичайні диференціальні рівняння (Частина1. Диференціальні рівняння першого порядку, які інтегруються у квадратурах). – Івано-Франківськ: ЛПК, 2005.
  - 15.Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. – К.: Либідь, 2002.
  - 16.Білоусова В.П. та ін. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1973.
  - 17.Бокало Б.М., Бридун В.Л., Гуран І.Й., Колос Н.М. Аналітична геометрія у прикладах і задачах. – Львів: Число, 2021.
  - 18.Борисенко А.П. Курс лекцій з диференціальної геометрії і топології. – К.: Либідь, 1986
  - 19.Федак І.В. Функціональний аналіз. – Івано-Франківськ: Сімик, 2011.
  - 20.Березанський Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функціональний аналіз. – Львів: Число, 2020.
  - 21.Гольдберг А. А., Шеремета М. М., Заболоцький М. В., Скасків О. Б. Комплексний аналіз. - Львів: Афіша, 2002.

## **КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ**

Порядок проведення та критерії оцінювання вступних випробувань регулюється Положенням про організацію вступних випробувань у Карпатський національний університет імені Василя Стефаника.

Голова комісії

\_\_\_\_\_

(підпис)

Андрій ЗАГОРОДНЮК